

UP PGT
Previous Year Paper
Maths 2011

प्रवक्ता भर्ती परीक्षा-2011

हल प्रश्न-पत्र

परीक्षा तिथि : जून 2016

- बिन्दु (2.1) से होकर जाने वाले दीर्घवृत्त की समीकरण होगी जिसका $e = \frac{1}{2}$ है
 (a) $3x^2 - 4y^2 = 16$ (b) $3x^2 - 5y^2 = 17$
 (c) $5x^2 - 3y^2 = 23$ (d) इनमें से कोई नहीं
- अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ की उत्केन्द्रता है
 (a) $e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a^2}}$ (b) $e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{b^2}}$
 (c) $e = \sqrt{\frac{b^2 + a^2}{a^2}}$ (d) $e = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{b^2}}$
- यदि अतिपरवलय और उसके संयुग्मी की उत्केन्द्रताएँ e और e हों, तो $\frac{1}{e^2} - \frac{1}{e^2}$
 (a) 0 (b) 1
 (c) 2 (d) इनमें से कोई नहीं
- अतिपरवलय $9x^2 - 16y^2 - 36x - 96y - 252 = 0$ के शीर्ष हैं
 (a) (6, 3) और (-6, 3)
 (b) (6, 3) और (-2, 3)
 (c) (-6, 3) और (-6, -3)
 (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं
- यदि अतिपरवलय $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{49} = 1$ की स्पर्श रेखा $y = mx + 6$ है तो m का मान है
 (a) $\sqrt{\frac{17}{20}}$ (b) $\sqrt{\frac{20}{17}}$
 (c) $\sqrt{\frac{3}{20}}$ (d) $\sqrt{\frac{20}{3}}$
- यदि अतिपरवलय $xy = c^2$ और $x^2 - y^2 = c^2$ की उत्केन्द्रताएँ e_1 और e_2 हो तो $e_1^2 + e_2^2$
 (a) 1 (b) 4
 (c) 6 (d) 8
- xy समतल पर, प्रत्येक बिन्दु $P(x, y, z)$ के लिए
 (a) $x = 0$ (b) $y = 0$
 (c) $z = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं
- बिन्दु $P(a, b, c)$ की x अक्ष से दूरी है
 (a) $\sqrt{b^2 + c^2}$ (b) $\sqrt{a^2 + c^2}$
 (c) $\sqrt{a^2 + b^2}$ (d) इनमें से कोई नहीं
- यदि त्रिभुज की भुजाएँ 13, 14, 15 हों तो उसके अन्तः वृत्त की त्रिज्या है
 (a) $\frac{67}{8}$ (b) $\frac{65}{4}$
 (c) 4 (d) 24
- समकोण ABC में, $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$
 (a) 0 (b) 1
 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं
- समीकरण $2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 2 = 0$ में θ का व्यापक मान है
 (a) $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$ (b) $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}$
 (c) $n\pi + (-1)^n \frac{5\pi}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं
- यदि $\tan \theta = \tan 2\theta + 1$ तो
 (a) $n\pi + \frac{\pi}{6}$ (b) $n\pi + \frac{\pi}{3}$
 (c) $2n\pi + \frac{\pi}{6}$ (d) इनमें से कोई नहीं
- $\tan(\cos^{-1} x)$ का मान है
 (a) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ (b) $\frac{x}{1-x^2}$
 (c) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ (d) $\sqrt{1-x^2}$
- $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$ का मान है
 (a) 0 (b) $\frac{\pi}{3}$
 (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{4}$
- यदि $A = \tan^{-1} x$ तो $\sin 2A$ का मान है
 (a) $\frac{2x}{1+x^2}$ (b) $\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$
 (c) $\frac{2x}{1-x^2}$ (d) इनमें से कोई नहीं
- यदि $\tan^{-1}(1-x) + \tan^{-1}(1+x) = \frac{\pi}{2}$ तो $x = ?$
 (a) 1 (b) -1
 (c) 0 (d) -1
- ABC में, यदि $a = 3, b = 4$ और $\sin A = \frac{3}{4}$, तब B
 (a) 60 (b) 90
 (c) 45 (d) 30

18. ABC में, $A = 30^\circ$, $B = 60^\circ$ तो $a : b : c$ है
 (a) $1 : \sqrt{3} : 2$ (b) $1 : 2 : \sqrt{3}$
 (c) $1 : 2 : 3$ (d) $1 : \sqrt{2} : 3$
19. सम्मिश्र संख्या $\frac{1}{1-z}$ का मापांक है
 (a) 2 (b) 1
 (c) 3 (d) 0
20. यदि $Z = x + iy$, $\bar{Z} = x - iy$ तो, Z का वास्तविक भाग है
 (a) $\frac{z + \bar{z}}{2i}$ (b) $\frac{z - \bar{z}}{2i}$
 (c) $\frac{z + \bar{z}}{2}$ (d) $z\bar{z}$
21. $\frac{1-i}{1+i}$ का मान है
 (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$
 (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (d) 1
22. यदि इकाई का काल्पनिक घनमूल हो, तो $(1 - \omega)^7$ बराबर है
 (a) 128 (b) 128ω
 (c) $128\omega^2$ (d) $128\omega^3$
23. यदि इकाई का काल्पनिक घनमूल हो, तो $(1 - \omega^2)^6 (1 - \omega)^6$
 (a) 0 (b) 6
 (c) 64 (d) 128
24. यदि $x = \frac{1}{2} \cos \theta$, तब $x^n = \frac{1}{x^n}$ बराबर है
 (a) $2 \cos n\theta$ (b) $2 \sin n\theta$
 (c) $\cos n\theta$ (d) $\sin n\theta$
25. यदि $\frac{1-ix}{1+ix} = a + ib$ हो, तो $a^2 + b^2$
 (a) 1 (b) 1
 (c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं
26. यदि $x + iy = (\cos \theta + i \sin \theta)^2$ तब $x^2 + y^2$
 (a) 1 (b) 1
 (c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं
27. यदि $x + iy = (1-i)(1-2i)(1-3i)$, तब $x^2 + y^2$
 (a) 0 (b) 1
 (c) 100 (d) इनमें से कोई नहीं
28. यदि $\sin(x + iy) = p + iq$, तो q
 (a) $\sin x \cosh y$ (b) $\cos x \sin y$
 (c) $\sin x \cos y$ (d) $\cos x \sinh y$
29. $\log(1-i)$ बराबर है
 (a) $\frac{1}{2} \log 2$ (b) $-\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log 2$
 (c) $\frac{1}{2} \log 2 - i \frac{\pi}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं
30. $\log(-3)$ का मान है
 (a) $\log 3 + i\pi$ (b) $\log 3 - i\pi$
 (c) $\log 3 + 2i\pi$ (d) $\log 3 - 2i\pi$
31. $\sinh^{-1} x$ का मान है
 (a) $\log(x + \sqrt{1+x^2})$
 (b) $\log(x - \sqrt{1+x^2})$
 (c) $\log(x + \sqrt{1-x^2})$
 (d) $\log(x - \sqrt{x^2-1})$
32. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x (1-x)}{x^2}$ का मान है
 (a) 0 (b) $\frac{1}{2}$
 (c) 2 (d) e
33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$ का मान है
 (a) $\log \frac{a}{b}$ (b) $\log \frac{b}{a}$
 (c) $\log(ab)$ (d) इनमें से कोई नहीं
34. $\lim_{x \rightarrow 0} a^x \sin \frac{b}{a^x}$ का मान है $(a \neq 1)$
 (a) $b \log a$ (b) $a \log b$
 (c) b (d) इनमें से कोई नहीं
36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x]}{x}$ का मान है
 (a) 1 (b) 1
 (c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं
35. यदि $f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ पर सतत है, तो k का मान है
 (a) 8 (b) 1
 (c) 1 (d) इनमें से कोई नहीं
37. यदि $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$, तो $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ का मान है
 (a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{4}{5}$
 (c) $\frac{4}{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं
38. यदि $y = \sin^n x \cos nx$, तो $\frac{dy}{dx}$
 (a) $n \sin^{n-1} x \cos(n-1)x$
 (b) $n \sin^{n-1} x \sin(n-1)x$
 (c) $n \sin^{n-1} x \cos(n-1)x$
 (d) $n \sin^{n-1} x \cos nx$
39. $\log \tan x$ का अवकलन है
 (a) $2 \sec 2x$ (b) $2 \operatorname{cosec} 2x$
 (c) $2 \sec^3 3x$ (d) $2 \operatorname{cosec}^3 x$

हल प्रश्न-पत्र

40. यदि $y = \sin^{-1} \frac{2x}{1-x^2}$ जहाँ कि $0 < x < 1$ और $0 < y < \frac{\pi}{2}$, तब $\frac{dy}{dx}$
- (a) $\frac{2}{1-x^2}$ (b) $\frac{2x}{1-x^2}$
 (c) $\frac{1}{1-x^2}$ (d) $\frac{x}{1-x^2}$
41. यदि $2^x = 2^y = 2^{x-y}$, तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है
- (a) $\frac{2^x}{2^x - 2^y}$ (b) $\frac{2^x}{1 - 2^{x-y}}$
 (c) $2^{x-y} \frac{2^y}{1 - 2^x}$ (d) $\frac{2^{x-y} - 2^x}{2^y}$
42. यदि $x^y = e^{x-y}$ तब $\frac{dy}{dx}$ बराबर है
- (a) $(1 - \log x)^{-1}$ (b) $(1 - \log x)^{-2}$
 (c) $\log x (1 - \log x)^{-2}$ (d) इनमें से कोई नहीं
43. $\sec^{-1} \frac{1}{2x^2 - 1}$ का अवकलन $\sqrt{1-x^2}$ के सापेक्ष $x = \frac{1}{2}$ पर है
- (a) 2 (b) 4
 (c) 1 (d) 2
44. बिन्दु $\frac{\pi}{3}$ पर वक्र $x = a(\sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ की स्पर्श रेखा x -अक्ष के साथ कोण बनाती है तो
- (a) $\frac{\pi}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
 (c) $\frac{\pi}{6}$ (d) $\frac{5}{6}$
45. बिन्दु $(2, -1)$ पर वक्र $x = t^2 - 3t + 8$, $y = 2t^2 - 2t - 5$ की स्पर्श रेखा की प्रवणता है
- (a) $\frac{22}{7}$ (b) $\frac{6}{7}$
 (c) 6 (d) इनमें से कोई नहीं
46. बिन्दु $(1, 1)$ पर वक्र $2y = 3 - x^2$ का अभिलम्ब है
- (a) $x - y = 0$ (b) $x - y - 1 = 0$
 (c) $x - y + 1 = 0$ (d) $x - y = 0$
47. $\frac{\log x}{x}$ का उच्चिष्ठ मान है
- (a) 1 (b) $\frac{2}{e}$
 (c) e (d) $\frac{1}{e}$
48. यदि $x = \frac{\pi}{3}$ पर, फलन $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$ उच्चिष्ठ मान रखता है, तो a का मान है
- (a) 3 (b) $\frac{1}{3}$
 (c) 2 (d) $\frac{1}{2}$
49. $(x-a)(x-b)$ का निम्नष्ठ मान है
- (a) ab (b) $\frac{(a-b)^2}{4}$
 (c) 0 (d) $\frac{(a+b)^2}{4}$
50. यदि $y = \log x$ तो $\frac{d^n y}{dx^n}$
- (a) $\frac{(-1)^n (n-1)!}{x^n}$ (b) $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$
 (c) $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$ (d) $\frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^{n-1}}$
51. यदि $y = a \sin(\log x)$ तब $x^2 y_2 - x y_1 - y$ का मान है
- (a) 2 (b) 3
 (c) 0 (d) 1
52. यदि $x = \sin \theta$, $y = 1 - \cos \theta$ तब बिन्दु $(\frac{1}{2}, 2)$ पर $\frac{d^2 y}{dx^2}$ का मान है
- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$
 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{4}$
53. मैक्लोरीन प्रमेय से $\frac{e^x}{1 - e^x}$ का प्रसार है
- (a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{48}x^3 - \dots$
 (b) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{x^2} - \dots$
 (c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{36}x^3 - \dots$
 (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं
54. यदि $u = (y - ax) \frac{dy}{dx} - (y - ax)$, तो $\frac{u}{x^2} = a^2 \frac{u}{y^2}$
- (a) u (b) 0
 (c) a (d) इनमें से कोई नहीं
55. यदि $u = \sin^{-1} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$, तब $x \frac{u}{x} - y \frac{u}{y}$
- (a) 0 (b) 2
 (c) 3 (d) इनमें से कोई नहीं
56. वक्र $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ की अंतस्पर्शी की संख्या है
- (a) 2
 (b) 3
 (c) 4
 (d) 1
57. $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$ का मान है
- (a) $2\sqrt{\tan x} - c$ (b) $2\sqrt{\cot x} - c$
 (c) $\frac{\sqrt{\tan x}}{2} - c$ (d) इनमें से कोई नहीं

58. $\frac{x^3}{x^4 - 1} dx$ बराबर है
 (a) $\log(x^4 - 1) + c$ (b) $\frac{1}{4} \log(x^4 - 1) + c$
 (c) $\log(x^4 - 1)$ (d) इनमें से कोई नहीं
59. यदि $\frac{2^x}{\sqrt{1 - 4^x}} dx = k \sin^{-1}(2^x) + c$, तो k बराबर है
 (a) $\log 2$ (b) $\frac{1}{2} \log 2$
 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{\log 2}$
60. $\frac{1}{\sqrt{\sin^3 x \cos x}} dx$ बराबर है
 (a) $\frac{2}{\sqrt{\tan x}} + c$ (b) $2\sqrt{\tan x} + c$
 (c) $\frac{2}{\sqrt{\tan x}} + c$ (d) $2\sqrt{\tan x} + c$
61. $\frac{e^{\sqrt{x}} \cos e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
 (a) $\sin e^{\sqrt{x}} + c$ (b) $\cos e^{\sqrt{x}} + c$
 (c) $2 \sin e^{\sqrt{x}} + c$ (d) इनमें से कोई नहीं
62. $\int_0^{2/4} \sin \sqrt{x} dx$
 (a) 0 (b) 1
 (c) 2 (d) 4
63. $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$ का मान है
 (a) e^2 (b) $2e^2$
 (c) $4e^2$ (d) $3e^2$
64. $\int_0^{1/2} \frac{\sin}{\sin \cos} d$ का मान है
 (a) $-\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{3}$
 (c) $-\frac{1}{4}$ (d)
65. $\int_0^2 \frac{1}{1 - \tan^3 x} dx$ का मान है
 (a) 0 (b) 1
 (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{4}$
66. यदि समीकरण $4x^2 - 3x - 7 = 0$ के मूल , हों, तब $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta}$ बराबर है
 (a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{7}{3}$
 (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{3}{7}$
67. यदि $x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$ तब $x + \frac{1}{x}$
 (a) 4 (b) 6
 (c) 3 (d) 2
68. यदि $\frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{a}$ अंकगणितीय श्रेणी में हों, तो
 (a) a, b, c अंकगणितीय श्रेणी में हैं
 (b) a^2, b^2, c^2 अंकगणितीय श्रेणी में हैं
 (c) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ अंकगणितीय श्रेणी में हैं
 (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं
69. यदि a, b, c गुणोत्तर श्रेणी में हों तब $\log_a, \log_b, \log_c$ है
 (a) अंकगणितीय श्रेणी में
 (b) गुणोत्तर श्रेणी में
 (c) हरात्मक श्रेणी में
 (d) उपर्युक्त में से कोई नहीं
70. $x^{1/2} \cdot x^{1/4} \cdot x^{1/8} \cdot x^{1/16} \dots$ बराबर है
 (a) 0 (b) 1
 (c) x (d)
71. सभी दो अंकों की विषम संख्याओं का योग है
 (a) 2475 (b) 2530
 (c) 4905 (d) 5049
72. यदि पहले n प्राकृतिक संख्याओं का योग, उनके वर्गों के योग का $\frac{1}{5}$ गुना हो तो n का मान है
 (a) 5 (b) 6
 (c) 7 (d) 8
73. $(1 - 2x - x^2)^{20}$ के प्रसार में पदों की संख्या है
 (a) 20 (b) 21
 (c) 40 (d) 41
74. $\frac{x}{2} - \frac{3}{x^2}$ के प्रसार में x^4 का गुणांक है
 (a) $\frac{405}{256}$ (b) $\frac{504}{259}$
 (c) $\frac{450}{263}$ (d) इनमें से कोई नहीं
75. यदि ${}^nP_r = 720$ nC_r , तो r का मान है
 (a) 6 (b) 5
 (c) 4 (d) 7
76. यदि ${}^{20}C_{r-1} = {}^{20}C_{r+1}$, तब r बराबर है
 (a) 10 (b) 11
 (c) 12 (d) 19
77. श्रेणी $1 + \frac{2^2}{2!} + \frac{3^2}{3!} + \frac{4^2}{4!} + \dots$ का योग है
 (a) $2e$ (b) $3e$
 (c) $2e - 1$ (d) इनमें से कोई नहीं

हल प्रश्न-पत्र

78. $e^{x-1} \cdot \frac{1}{2}(x-1)^2 \cdot \frac{1}{3}(x-1)^3 \cdot \frac{1}{4}(x-1)^4 \dots$ का मान है

- (a) $\log(x-1)$ (b) $\log x$
(c) x (d) इनमें से कोई नहीं

79. $\log_2 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5^3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5^5} \dots$ का मान है

- (a) $\log_2 \log_3$ (b) $\log_2 2$
(c) $\frac{1}{2} \log 2$ (d) $\log 3$

80. $\log_4 2 \cdot \log_8 2 \cdot \log_{16} 2 \dots$ का मान है

- (a) e^2 (b) $\log_e 2 - 1$
(c) $\log_e 3 - 2$ (d) $1 - \log_e 2$

81. एक बैग में 5 काले व 4 सफेद मोजे हैं। एक आदमी दो मोजे निकालता है। दोनों मोजे एक ही रंग के होने की प्रायिकता है

- (a) $\frac{5}{108}$ (b) $\frac{1}{6}$
(c) $\frac{5}{18}$ (d) $\frac{4}{9}$

82. सारणिक $\begin{vmatrix} x-2 & x-3 & x-5 \\ x-4 & x-6 & x-9 \\ x-8 & x-11 & x-15 \end{vmatrix}$ का मान है

- (a) 2 (b) -2
(c) 3 (d) $x-1$

83. सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$ का मान है

- (a) $x-y$ (b) xy
(c) $x+y$ (d) $1-x-y$

84. सारणिक $\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 12 & 13 & 14 \\ 13 & 14 & 15 \end{vmatrix}$ का मान है

- (a) 1 (b) 0
(c) -1 (d) 67

85. सारणिक $\begin{vmatrix} \sin^2 x & \cos^2 x & 1 \\ \cos^2 x & \sin^2 x & 1 \\ 10 & 12 & 2 \end{vmatrix}$ का मान है

- (a) 0 (शून्य)
(b) $12 \cos^2 x - 10 \sin^2 x$
(c) $12 \sin^2 x - 10 \cos^2 x$
(d) $10 \sin 2x$

86. यदि $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c} = 0$ और $\begin{vmatrix} 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & c \end{vmatrix}$ तो का मान है

- (a) 0 (शून्य) (b) abc
(c) abc (d) इनमें से कोई नहीं

87. यदि इकाई का घनमूल है, तो $\begin{vmatrix} 1 & & 2 \\ & 2 & 1 \\ & & 1 \end{vmatrix}$

- (a) 1 (b) $\sqrt[3]{2}$
(c) 2^2 (d) 0 (शून्य)

88. यदि $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ और $A^2 = kA + 5I_2$ तो k का मान है

- (a) 3 (b) 5
(c) 2^2 (d) 7

89. $\begin{matrix} a & h & g & x \\ [x & y & z] & h & b & f & y \\ & g & f & c & z \end{matrix}$ की कोटि है

- (a) 3×1 (b) 1×1
(c) 1×3 (d) 3×3

90. यदि $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, तो A^2

- (a) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$
(c) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

91. यदि $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, तो A^{-1}

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

92. यदि $A = \begin{pmatrix} 4 & x & 2 \\ 2x & 3 & x & 1 \end{pmatrix}$ सममित आव्यूह है तो x

- (a) 3 (b) 5
(c) 2 (d) 4

93. यदि $A = B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ और $A + 2B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, तो A

- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$
(c) $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 \\ 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ (d) इनमें से कोई नहीं

94. यदि $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$, तो A^{-1}

- (a) $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
(c) $\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (d) इनमें से कोई नहीं

95. यदि आव्यूह A इस प्रकार हो कि $3A^3 - 2A^2 - 5A - I = O$ तो A^{-1}

- (a) $(3A^2 - 2A - 5)$ (b) $3A^2 - 2A - 5$
(c) $3A^2 - 2A - 5$ (d) इनमें से कोई नहीं

96. यदि $f(x) = x^2 - 5x + 7$ और $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, तो $f(A)$
- (a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (d) इनमें से कोई नहीं
97. रेखा युग्म $x^2 - 4y^2 - 7xy = 0$ के बीच का कोण है
- (a) $\tan^{-1} \frac{1}{3}$ (b) $\tan^{-1} \frac{1}{2}$
- (c) $\tan^{-1} \frac{\sqrt{33}}{5}$ (d) $\tan^{-1} \frac{5}{\sqrt{33}}$
98. समीकरण $y^2 - (1 - 2x)xy - x^2 = 0$ से निरूपित रेखाओं के बीच का कोण है
- (a) 45 (b) 60
- (c) 90 (d) 30
99. यदि $x^2 - 3xy - y^2 - 3x - 5y - 2 = 0$ रेखायुग्म दर्शाती है, तो का मान है
- (a) 1 (b) 4
- (c) 3 (d) 2
100. यदि $x^2 - 2\sqrt{2}xy - 2y^2 - 4x - 4\sqrt{2}y - 1 = 0$ सरल रेखायुग्म दर्शाती है, तो उनके बीच की दूरी है
- (a) 4 (b) $4\sqrt{3}$
- (c) 2 (d) $2\sqrt{3}$
101. समीकरण $ax^2 + by^2 + cx + cy = 0, c \neq 0$ सरल रेखायुग्म दर्शाता है यदि
- (a) $a + b = 0$ (b) $a + c = 0$
- (c) $b + c = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं
102. K के किस मान के लिए, समीकरण $4x^2 - 8xy + ky^2 - 9 = 0$ सरल रेखायुग्म होगी
- (a) 0 (b) 4
- (c) 9 (d) 9
103. $2x^2 - 5xy - 2y^2 - 3x - 3y - 1 = 0$ से निरूपित दो रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु है
- (a) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{7}, \frac{1}{7}$
- (c) $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं
104. बिन्दु $(o, o), (a, o)$ और (o, b) से जाने वाले वृत्त का केन्द्र है
- (a) (a, b) (b) $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}$
- (c) $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}$ (d) $(-a, -b)$
105. यदि समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ वृत्त दर्शाता है, तो उसकी शर्त होगी
- (a) $a + b$ और $c = 0$
- (b) $f + g$ और $h = 0$
- (c) $a + b$ और $h = 0$
- (d) $f + g$ और $c = 0$
106. बिन्दु $(0,0), (1,0)$ से जाने वाले और वृत्त $x^2 + y^2 = 9$ को स्पर्श करने वाले वृत्त का केन्द्र है
- (a) $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$
- (c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2}, \sqrt{2}$
107. बिन्दु $(1, -2)$ और $(4, -3)$ से जाने वाले और $3x - 4y - 7 = 0$ को स्पर्श करने वाले वृत्त का समीकरण है
- (a) $x^2 + y^2 - 94x - 18y - 55 = 0$
- (b) $15x^2 + 15y^2 - 94x - 18y - 55 = 0$
- (c) $15x^2 + 15y^2 - 94x - 18y - 55 = 0$
- (d) $x^2 + y^2 - 94x - 18y - 55 = 0$
108. उस वृत्त का समीकरण, जो बिन्दु $(3,6)$ से जाता हो और अक्षों को स्पर्श करता हो, है
- (a) $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 3 = 0$
- (b) $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 9 = 0$
- (c) $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 9 = 0$
- (d) उपर्युक्त से कोई नहीं
109. वृत्त $x^2 + y^2 - x - y = 0$ और $x^2 + y^2 - x - y = 0$ कोण कर काटते हैं
- (a) $\frac{\pi}{6}$ (b) $\frac{\pi}{4}$
- (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$
110. वृत्त $2(x^2 + y^2) - x - y - 5 = 0$ पर बिन्दु $(0,0)$ से स्पर्श रेखा की लम्बाई है
- (a) $\sqrt{5}$ (b) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- (c) $\sqrt{2}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
111. वृत्त $x^2 + y^2 - x = 0$ और $x^2 + y^2 - x = 0$ के उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या है
- (a) 2 (b) 1
- (c) 4 (d) 3
112. वृत्त $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ और $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 4 = 0$
- (a) बाह्य स्पर्श करेंगे।
- (b) अन्तःस्पर्शी हो।
- (c) दो बिन्दुओं पर काटते हैं।
- (d) नहीं काटते हैं।
113. परवलय $y^2 = 4ax$ पर किसी बिन्दु के प्राचलिक निर्देशांक हो सकते हैं
- (a) $(at^2, 2at)$
- (b) $(at^2, 2at)$
- (c) $(a \sin^2 t, 2a \sin t)$
- (d) $(a \sin t, 2a \cos t)$

हल प्रश्न-पत्र

114. परवलय $x^2 - 2y - 8x - 7$ के शीर्ष है
 (a) $4, \frac{7}{2}$ (b) $4, \frac{9}{2}$
 (c) $\frac{9}{2}, 4$ (d) $(1, 0)$
115. परवलय $y^2 - 4y - 8x - 4 = 0$ की नाभि है
 (a) $(1, 1)$ (b) $(1, 2)$
 (c) $(2, 1)$ (d) $(2, 2)$
116. परवलय $y^2 - 9x$ पर बिन्दु $(4, 10)$ से खींची गई स्पर्श रेखा की प्रवणता है
 (a) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{4}, \frac{9}{4}$
 (c) $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ (d) इनमें से कोई नहीं
117. परवलय $y^2 - 4ax$ पर बिन्दु $(at^2, 2at)$ से खींचे गये अभिलम्ब की प्रवणता है
 (a) $\frac{1}{t}$ (b) t
 (c) t (d) $\frac{1}{t}$
118. यदि किसी परवलय की नाभि $(0, -3)$ और उसकी नियता $y = 3$ हो तो उस परवलय की समीकरण है
 (a) $x^2 - 12y$ (b) $x^2 - 12y$
 (c) $y^2 - 12x$ (d) $y^2 - 12x$
119. परवलय के नाभि की लम्बाई जिसकी नाभि $(3, 3)$ है और नियता $3x - 4y - 2 = 0$ है, होगी
 (a) 2 (b) 1
 (c) 4 (d) इनमें से कोई नहीं
120. समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ दीर्घवृत्त दर्शाती है यदि
 (a) $0, h^2 < ab$
 (b) $0, h^2 > ab$
 (c) $0, h^2 = ab$
 (d) $0, h^2 < ab$
121. दीर्घवृत्त $3x^2 + y^2 - 12$ के नाभिलम्ब की लम्बाई है
 (a) 4 (b) 3
 (c) 8 (d) $\frac{4}{\sqrt{3}}$
122. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ की उत्केन्द्रता है जिसका नाभिलम्ब उसकी दीर्घअक्ष का आधा है
 (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं
123. दीर्घवृत्त $9x^2 + 5y^2 - 30y = 0$ की उत्केन्द्रता है
 (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
 (c) $\frac{3}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं
124. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ की उत्केन्द्रता है जिसका नाभिलम्ब उसके लघुअक्ष का आधा है
 (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं
125. दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ पर सरल रेखा $x \cos \theta + y \sin \theta = p$ स्पर्श करती है यदि
 (a) $a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta = p^2$
 (b) $a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta = p^2$
 (c) $a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta = p^2$
 (d) $a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta = p$

उत्तरमाला

1.	(a)	2.	(d)	3.	(b)	4.	(b)	5.	(a)	6.	(b)	7.	(c)	8.	(a)	9.	(c)	10.	(d)
11.	(d)	12.	(d)	13.	(a)	14.	(d)	15.	(c)	16.	(c)	17.	(b)	18.	(a)	19.	(b)	20.	(c)
21.	(d)	22.	(d)	23.	(d)	24.	(a)	25.	(a)	26.	(a)	27.	(c)	28.	(d)	29.	(c)	30.	(a)
31.	(a)	32.	(b)	33.	(a)	34.	(d)	35.	(d)	36.	(d)	37.	(c)	38.	(a)	39.	(b)	40.	(a)
41.	(c)	42.	(d)	43.	(b)	44.	(b)	45.	(b)	46.	(d)	47.	(d)	48.	(c)	49.	(d)	50.	(b)
51.	(c)	52.	(b)	53.	(c)	54.	(d)	55.	(d)	56.	(c)	57.	(a)	58.	(b)	59.	(d)	60.	(a)
61.	(c)	62.	(c)	63.	(b)	64.	(c)	65.	(d)	66.	(d)	67.	(c)	68.	(b)	69.	(c)	70.	(c)
71.	(c)	72.	(c)	73.	(d)	74.	(a)	75.	(a)	76.	(a)	77.	(a)	78.	(c)	79.	(d)	80.	(d)
81.	(d)	82.	(b)	83.	(b)	84.	(b)	85.	(a)	86.	(b)	87.	(d)	88.	(b)	89.	(b)	90.	(d)
91.	(b)	92.	(b)	93.	(c)	94.	(b)	95.	(a)	96.	(c)	97.	(c)	98.	(c)	99.	(d)	100.	(c)
101.	(a)	102.	(a)	103.	(c)	104.	(b)	105.	(c)	106.	(a)	107.	(b)	108.	(c)	109.	(d)	110.	(d)
111.	(c)	112.	(a)	113.	(c)	114.	(b)	115.	(d)	116.	(b)	117.	(c)	118.	(a)	119.	(c)	120.	(b)
121.	(c)	122.	(a)	123.	(b)	124.	(c)	125.	(c)										

संकेत एवं हल

1. $\therefore e = \frac{1}{2}$

तथा हम जानते हैं कि $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad \frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$b^2 = \frac{3a^2}{4}$$

तथा दीर्घवृत्त का समीकरण निम्न है

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{3a^2/4} = 1 \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{4y^2}{3a^2} = 1$$

$$3x^2 + 4y^2 = 3a^2 \quad \dots(i)$$

यह दीर्घवृत्त बिन्दु (2, 1) से होकर जाता है।

$$3(2)^2 + 4(1)^2 = 3a^2$$

$$12 + 4 = 3a^2 \quad a = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

अतः समी (i) से दीर्घवृत्त का समीकरण निम्न है

$$3x^2 + 4y^2 = 16$$

2. दिए गए अतिपरवलय का समीकरण निम्न है

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

उत्केन्द्रता $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$

3. माना अतिपरवलय का समीकरण निम्न है

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$e^2 = \frac{a^2 + b^2}{a^2} \quad \dots(i)$$

तथा संयुग्मी अति परवलय का समीकरण निम्न है

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad \dots(ii)$$

समी (i) व (ii) से

$$\frac{1}{e^2} = \frac{1}{e^2} \cdot \frac{a^2}{a^2} \cdot \frac{b^2}{b^2}$$

$$\frac{a^2}{a^2} \cdot \frac{b^2}{b^2} = 1$$

4. दिए गए अतिपरवलय का समीकरण निम्न है

$$ax^2 - 16y^2 - 36x - 96y - 252 = 0$$

$$9x^2 - 36x - 36x - 16y^2 - 96y - 144 = 0$$

$$9(x - 2)^2 - 16(y + 3)^2 - 144 = 0$$

$$\frac{9(x - 2)^2}{144} - \frac{16(y + 3)^2}{144} = 1$$

$$\frac{(x - 2)^2}{16} - \frac{(y + 3)^2}{9} = 1$$

माना

$$x - 2 = x' \quad y + 3 = y'$$

$$\frac{x'^2}{16} - \frac{y'^2}{9} = 1$$

अतिपरवलय के शीर्ष (4,0) तथा (4,0) होंगे।

अब $x^2 - 4, y^2 - 3 = 0$ तथा $x^2 - 4, y^2 - 3 = 0$

$x^2 - 6, y^2 - 3$ तथा $x^2 - 2, y^2 - 3$

अतः दिए गए अतिपरवलय के शीर्ष निम्न हैं

(8,3), (2,3)

7. xy -समतल पर प्रत्येक बिन्दु $P(x, y, z)$ के लिए

$$z = 0$$

8. बिन्दु $P(a, b, c)$ की x अक्ष की दूरी $\sqrt{b^2 + c^2}$

9. $\therefore a = 13, b = 14$ तथा $c = 15$

$$x = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2} = \frac{13^2 - 14^2 - 15^2}{2} = 21$$

तब

$$\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = 84$$

अतः अन्तःवृत्त की त्रिज्या $= \frac{84}{s} = \frac{84}{21} = 4$

10. $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C$

$$= \frac{1}{2} (2\sin^2 A + 2\sin^2 B + 2\sin^2 C)$$

$$= \frac{1}{2} (1 - \cos^2 A + 1 - \cos^2 B + 1 - \cos^2 C)$$

$$= \frac{1}{2} (3 - (\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C))$$

$$= \frac{1}{2} (3 - 2\cos(A-B)\cos(A+B) - \cos^2 C)$$

$$= \frac{1}{2} (3 - 2\cos C \cos(A-B) - 2\cos^2 C)$$

$$= \frac{1}{2} [4 - (2\cos C \cos(A-B) + 2\cos^2 C)]$$

$$= 2 - \cos C (\cos C + \cos(A-B))$$

$$= 2 - \cos C \cos(\frac{A+B}{2}) \cos(\frac{A-B}{2})$$

$$= 2 - \cos C \cos(A-B) \cos(A+B)$$

$$= 2 - \cos C (2\cos A \cos B)$$

$$= 2 - 2\cos A \cos B \cos C$$

11. दी गई समीकरण निम्न है

$$2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 2 = 0$$

$$2\sin^2 \theta - 4\sin \theta + \sin \theta + 2 = 0$$

$$2\sin \theta (\sin \theta - 2) + 1(\sin \theta - 2) = 0$$

$$(2\sin \theta + 1)(\sin \theta - 2) = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \quad (\because \sin \theta \neq 2)$$

$$\sin \theta = \sin \frac{\pi}{6}$$

अतः

$$n = (1) \frac{\pi}{6}$$

12. दी गई समीकरण निम्न हैं

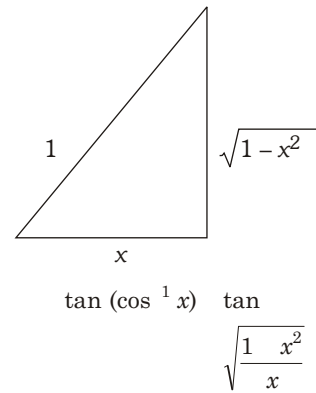
$$\tan \theta + \tan 2\theta = \frac{1}{\tan \theta} \cot \theta$$

$$\tan 2\theta = \tan \frac{\pi}{2}$$

$$2\theta = n\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{n}{3} = \frac{\pi}{6}$$

13. माना $\cos^{-1} x = \theta$



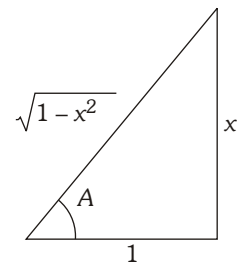
14. $\tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{3}$

$$\tan^{-1} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \tan^{-1} \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan^{-1} \frac{3}{4} + \tan^{-1} \frac{5}{6} = \tan^{-1} \frac{\frac{3}{4} + \frac{5}{6}}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}} = \tan^{-1} \frac{\frac{23}{12}}{\frac{1}{4}} = \tan^{-1} \frac{23}{3}$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

15. $\therefore A = \tan^{-1} x$



$$\sin 2A = 2\sin A \cos A$$

$$2 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{2x}{1-x^2}$$

$$16. \tan^{-1}(1-x) - \tan^{-1}(1+x) = \frac{\pi}{2}$$

$$\tan^{-1} \frac{1-x}{1-(1-x)(1+x)} = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2}{1-1-x^2} \tan \frac{\pi}{2} = \frac{2}{x^2} \cdot \frac{1}{0}$$

$$x^2 = 0 \quad x = 0$$

$$17. \because a = 3, b = 4 \text{ तथा } \sin A = \frac{3}{4}$$

ज्या नियम से

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{3/4}{3} = \frac{\sin B}{4}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{4}{3} \sin B \quad \sin B = \frac{1}{3} \sin 90$$

$$B = 90$$

$$\therefore A = 30^\circ, B = 60^\circ$$

$$C = 180^\circ - A - B$$

$$180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ$$

$$18. \text{ हम जानते हैं कि}$$

$$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$$

$$\sin 30^\circ : \sin 60^\circ : \sin 90^\circ$$

$$\frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : 1 = 1 : \sqrt{3} : 2$$

$$20. \because z = x + iy \text{ तथा } \bar{z} = x - iy$$

$$z + \bar{z} = x + iy + x - iy = 2x$$

$$z + \bar{z} = 2x \quad x = \frac{z + \bar{z}}{2}$$

$$z \text{ का वास्तविक भाग } = \frac{z + \bar{z}}{2}$$

$$21. \frac{1-i}{1+i} \cdot \frac{1-i^2}{1-i^2} \cdot \frac{2i}{2i}$$

$$\frac{1-1-i+1}{1-1-i^2} \cdot \frac{2i}{2i} \quad (\because i^2 = -1)$$

$$\frac{2i}{2i} = 1$$

$$22. (1-i^2)^7 - (1-i^3)^7 \quad (\because 1-i^2 = 0)$$

$$(2)^7 - (-2)^7$$

$$128 - (-128)$$

$$128 - (-128) = 256$$

$$128 - 128 = 0$$

$$23. (1-i^2)^6 - (1-i^3)^6 \quad (\because 1-i^2 = 0)$$

$$(2)^6 - (-2)^6 = 64 - 64 = 0$$

$$(2)^6 - (-2)^6 = 64 - 64 = 0$$

$$64 - 64 = 0$$

$$64(1-i) - 128 \quad (\because i^3 = -i)$$

$$25. \frac{1-ix}{1+ix} = \frac{(1-ix)^2}{(1+ix)(1-ix)}$$

$$\frac{1-i^2x^2-2ix}{1-x^2} \quad (\because i^2 = -1)$$

$$\frac{1-x^2-2ix}{1-x^2} = \frac{1-x^2}{1-x^2} - \frac{2ix}{1-x^2}$$

$$\text{परंतु } \frac{1-ix}{1+ix} = a + ib$$

$$a = \frac{1-x^2}{1-x^2} \text{ तथा } b = \frac{2x}{1-x^2}$$

$$\therefore \text{ अतः } a^2 + b^2 = \frac{1-x^2}{1-x^2} + \frac{4x^2}{1-x^2}$$

$$\frac{(1-x^2)^2 + 4x^2}{(1-x^2)^2}$$

$$\frac{1-x^4+2x^2+4x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{1-x^4+6x^2}{(1-x^2)^2}$$

$$\frac{(1-x^2)^2}{(1-x^2)^2} = 1$$

$$26. \because x + iy = (\cos \theta + i \sin \theta)^2$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta + 2i \cos \theta \sin \theta$$

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta + 2i \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta + i \sin 2\theta$$

$$(\because \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \text{ तथा } \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta)$$

$$x = \cos 2\theta \text{ तथा } y = \sin 2\theta$$

$$\text{अतः } x^2 + y^2 = (\cos 2\theta)^2 + (\sin 2\theta)^2$$

$$\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta = 1$$

$$27. \because x + iy = (1-i)(1-2i)(1-3i)$$

$$(1-2i-i+2i^2)(1-3i)$$

$$(1-3i-2+3i)(1-3i) \quad (\because i^2 = -1)$$

$$(-1-3i)(1-3i)$$

$$-1+3i-3i+9i^2$$

$$-10$$

$$x = -10, y = 0$$

$$\text{अतः } x^2 + y^2 = (-10)^2 + 0 = 100$$

28. हम जानते हैं कि

$$\sin(x + iy) = \sin x \cos hy + i \cos x \sin hy$$

परन्तु $\sin(x - iy) = p + iq$

$$q = \cos x \sin hy$$

29. हम जानते हैं, कि

$$\log(-i) = \frac{1}{2} \log(-2) - i \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\log(1 - i) = \frac{1}{2} \log(1 + 1) - i \tan^{-1} \frac{1}{1}$$

$$= \frac{1}{2} \log 2 - i \frac{\pi}{4}$$

30. $\log(-3) = \frac{1}{2} \log(-3)^2 - i \tan^{-1} \frac{0}{3}$

$$= \frac{1}{2} \log 9 - i \log 3 - i$$

31. हम जानते हैं कि

$$\sin h^{-1} x = \log(x + \sqrt{1 + x^2})$$

32. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - (1 + x)}{x^2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots - (1 + x)}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \left(\frac{1}{2!} + \frac{x}{3!} + \dots \right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2!} + \frac{x}{3!} + \dots \right) = \frac{1}{2}$$

33. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x \log a - b^x \log b}{1} \quad (\text{एल हॉस्पिटल नियम से})$$

$$= a \log a - b \log b$$

$$= \log a - \log b = \log \frac{a}{b}$$

35. माना $\frac{|x|}{x} = 0$

$$\frac{x}{x} = 1 \quad x > 0$$

$$\frac{-x}{x} = -1 \quad x < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1$$

LHL $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (1) = 1$$

तथा LHL $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} (1) = 1$

LHL = RHL

यह सीमा अस्तित्वविहीन है।

36. $\therefore f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$

तथा $k = 0$ पर $f(x)$ सतत है

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = k$$

$k = 1$ व -1 के बीच कोई भी मान

37. $\therefore f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{25}}{x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 9}} \cdot 2x}{1} \quad (\text{एल हॉस्पिटल नियम से})$$

$$= \frac{4}{\sqrt{16 - 9}} = \frac{4}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5}$$

38. $\therefore y = \sin^n x \cos x$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \sin^x x (\sin nx)n - \cos x \cdot 4 \sin^{n-1} x \cos x$$

$$= x \sin^{x-1} x \cos x \cos x - \sin nx \sin x$$

$$= n \sin^{x-1} x \cos(n-1)x$$

39. माना $y = \log \tan x$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\tan x} \cdot \sec^2 x = \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{2 \sin x \cos} = \frac{2}{\sin 2x} = 2 \operatorname{cosec} 2x$$

40. $\therefore y = \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$

$$= 2 \tan^{-1} x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{1+x^2}$$

41. $2^x \cdot 2^y = 2^{x+y}$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$2^x \log 2 + 2^y \log 2 \frac{dy}{dx} = 2^{x+y} \log 2 \cdot x \frac{dy}{dx}$$

$$2^x + 2^y \frac{dy}{dx} = 2^{x+y} \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = 2^y \cdot 2^{x-y} = 2^x \cdot 2^{-y}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2^x (2^y - 1)}{2^y (2 - 2^x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = 2^{x-y} \cdot \frac{2^y - 1}{2 - 2^x}$$

42. $\therefore x^y = e^{x \log y}$

दोनों पक्षों का लघुगणक लेने पर

$$y \log x = (x \log y) \log e$$

$$y \log x = x \log y$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$y \frac{1}{x} = \log x \frac{dy}{dx} + 1 \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} (1 - \log x) = 1 \frac{y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y(1 - \log x)}$$

43. माना $v = \sec^{-1} \frac{1}{2x^2 - 1}$ तथा $v = \sqrt{1 - x^2}$

$x = \cos$ रखने पर

$$v = \sec^{-1} \frac{1}{2 \cos^2 - 1} \text{ तथा } \sqrt{1 - \cos^2}$$

$$v = \sec^{-1}(\sec 2)$$

तथा $\sqrt{\sin^2}$

$$v = 2 \text{ तथा } \sin$$

$$\frac{du}{d} = 2 \text{ तथा } \frac{d}{d} = \cos$$

$$\frac{du}{d} = \frac{d}{d} \frac{1}{d} = \frac{2}{\cos}$$

$$\frac{2}{x}$$

अतः $x = \frac{1}{2}$ पर $\frac{du}{dv} = \frac{2}{1/2} = 4$

44. $\therefore x = a(\sin \theta)$ तथा $y = a(1 - \cos \theta)$

$$\frac{dx}{d\theta} = a(\sin \theta)$$

तथा $\frac{dy}{d\theta} = a \sin \theta$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/d\theta}{dx/d\theta}$$

$$\frac{a \sin \theta}{a(1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin \theta / 2 \cos^2 \theta / 2}{2 \cos^2 \theta / 2}$$

$$\tan \theta / 2$$

$$m = \tan \frac{dy}{dx} = \tan \frac{1}{3}$$

$$\tan \frac{1}{6}$$

$$\tan \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3}$$

45. $\therefore x = t^2 - 3t + 8$ तथा $y = 2t^2 - 2t + 5$

(2, -1) पर

$$2 = t^2 - 3t + 8 \text{ तथा } -1 = 2t^2 - 2t + 5$$

$$t^2 - 2t - 10 = 0$$

$$\text{तथा } 2t^2 - 2t - 4 = 0$$

$$(t - 5)(t - 2) = 0$$

$$\text{तथा } (t - 2)(t - 1) = 0$$

$$t = 2$$

अब $\frac{dx}{dt} = 2t - 3$ तथा $\frac{dy}{dt} = 4t - 2$

प्रवणता $m = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{4t - 2}{2t - 3}$

$$\frac{4t - 2}{2t - 3} = \frac{8 - 2}{4 - 3} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{8}{4} = \frac{2}{3} = \frac{6}{7}$$

46. $\therefore$ वक्र का समीकरण निम्न है

$$2y - 3 = x^2$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{2dy}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = x$$

अभिलम्ब की प्रवणता $\frac{1}{\frac{dy}{dx}} = \frac{1}{x} = 1$

अभिलम्ब का समीकरण निम्न है

$$y - 1 = 1(x - 1)$$

$$y = x$$

$$x - y = 0$$

47. माना $y = \frac{\log x}{x}$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x \frac{1}{x} - \log x}{x^2} = \frac{1 - \log x}{x^2}$$

उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान के लिए $\frac{dy}{dx} = 0$ रखने पर

$$\frac{1 - \log x}{x^2} = 0 \Rightarrow \log x = 1 \Rightarrow \log e$$

$$x = e$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x^2 \frac{1}{x} - (1 - \log x)(2x)}{x^4}$$

$$\frac{x^2 - 2x + 2x \log x}{x^4}$$

$$\frac{3 - 2 \log x}{x^3}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{3 - 2 \log e}{3} \quad \text{वे}$$

अतः $x = e$ पर y उच्चिष्ठ है।

अब y का उच्चिष्ठ मान $\frac{\log e}{e} = \frac{1}{e}$

48. $\therefore f(x) = a \sin x = \frac{1}{3} \sin 3x$

$$f'(x) = a \cos 3x$$

49. माना $y = (x - a)(x - b)$

$$\frac{dy}{dx} = (x - a) - (x - b)$$

उच्चिष्ठ या निम्निष्ठ मान के लिए $\frac{dy}{dx} = 0$ रखने पर

$$x - x - a - b = 0$$

$$x = \frac{a + b}{2}$$

अब $\frac{d^2 y}{dx^2} = -2 < 0$

$$x = \frac{a + b}{2} \text{ पर } y \text{ निम्निष्ठ है।}$$

अतः y का निम्निष्ठ मान $\frac{a + b}{2} - a = \frac{a + b}{2} - b$

$$\frac{a + b - 2a}{2} = \frac{a + b - 2b}{2}$$

$$\frac{b - a}{2} = \frac{a - b}{2}$$

$$\frac{a - b}{2} = \frac{(a - b)^2}{4}$$

50. $y = \log x$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{2}{x^3}$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{x^n}$$

51. $y = a \sin(\log x)$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$dy_1 = a \cos(\log x) \cdot \frac{1}{x}$$

x के सापेक्ष पुनः अवकलन करने पर

$$y_2 = a \left[x \sin(\log x) \cdot \frac{1}{x} - \cos(\log x) \right]$$

$$x^2 y_2 = a \sin(\log x) - a \cos(\log x)$$

$$x^2 y_2 - x y_1 = y$$

$$x^2 y_2 - x y_1 - y = 0$$

52. $x = \sin t, y = 1 - \cos t$

$$\frac{dx}{dt} = \cos t$$

तथा

$$\frac{dy}{dt} = \sin t$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy/dt}{dx/dt}$$

$$\frac{\sin t}{1 - \cos t}$$

$$\frac{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \sin^2 \frac{t}{2}}$$

$$\cot \frac{t}{2}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \text{cosec}^2 \frac{t}{2} \cdot \frac{d}{dx}$$

$$\text{cosec}^2 \frac{t}{2} \cdot \frac{1}{2 \sin^2 \frac{t}{2}}$$

$$\frac{1}{2} \text{cosec}^4 \frac{t}{2} = \frac{1}{2}$$

अतः $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{1}{2} \text{cosec}^4 \frac{t}{2} = \frac{1}{2}$

56. $\frac{a^2}{x^2} = \frac{b^2}{y^2}$ 1 की अनन्त स्पर्शियों की संख्या 4 होती है।

57. माना $I = \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$

$$\frac{\tan x}{\sqrt{\tan x} \sin x \cos x} dx$$

$$\frac{\sin x \sec x}{\sqrt{\tan x} \sin x \cos x} dx$$

$$\frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan x}} dx$$

$$\tan x = t$$

$$\sec^2 x dx = dt \text{ रखने पर}$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{1}{2t^{1/2}} = c$$

58. माना $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{x^4 - 1}} dx$

माना $x^4 = t$

तथा $4x^3 dx = \frac{1}{4} dt$

$$I = \int \frac{1}{t} \frac{dt}{4} = \frac{1}{4} \log t + C$$

$$= \frac{1}{4} \log(x^4 - 1) + C$$

$$= \frac{1}{4} \log(\tan x) + C$$

59. माना $I = \int \frac{2^x}{\sqrt{1 - 4^x}} dx$

माना $2^x = t$ तथा $2^x dx = \frac{1}{\log 2} dt$

$$I = \int \frac{1}{\sqrt{1 - t^2}} \frac{dt}{\log 2}$$

$$= \frac{1}{\log 2} \sin^{-1}(t) + C$$

$$= \frac{1}{\log 2} \sin^{-1}(2x) + C$$

परन्तु $I = k \sin^{-1}(2^x) + C$

अतः $k = \frac{1}{\log 2}$

60. माना $I = \int \frac{1}{\sqrt{\sin^3 x \cos x}} dx$

$$= \int \frac{\sqrt{\sin x}}{\sin^2 x \sqrt{\cos x}} dx$$

$$= \int \frac{\operatorname{cosec}^2 x}{\sqrt{\cot x}} dx$$

माना $\cot x = t$ $\operatorname{cosec}^2 x dx = -dt$

$$I = \int \frac{1}{\sqrt{t}} dt = 2\sqrt{t} + C$$

$$= 2\sqrt{\cot x} + C$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\tan x}} + C$$

61. माना $I = \int \frac{e^{\sqrt{x}} \operatorname{cose}^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

माना $e^{\sqrt{x}} = t$

$$e^{\sqrt{x}} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt$$

$$\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2dt$$

$$I = 2 \int \cot t dt = 2 \sin^{-1} t + C$$

$$= 2 \sin^{-1} e^{\sqrt{x}} + C$$

62. माना $I = \int_0^{2/4} \sin \sqrt{x} dx$

माना $\sqrt{x} = t$ $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt$

$$dx = 2t dt$$

$$I = \int_0^{1/2} 2t \sin t dt$$

$$= 2 \left[t \cos t - \int_0^{1/2} \cos t dt \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{2} \cos \frac{1}{2} - 0 \right] = [\sin t]_0^{1/2}$$

$$= 2 \left[\sin \frac{1}{2} - \sin 0 \right] = 2$$

63. माना $I = \int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$

माना $\sqrt{x} = t$ $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt$

$$dx = 2t dt$$

$$I = \int_1^2 2te^t dt = 2 \int_1^2 te^t dt$$

$$= 2 \left[te^t - \int_1^2 e^t dt \right]$$

$$= 2 \left[(e^2 - e) - (e^2 - e) \right]$$

$$= 2 \left[2e^2 - e - e^2 + e \right]$$

$$= 2e^2$$

64. $I = \int_0^{1/2} \frac{\sin x}{\sin x \cos x} dx \dots(i)$

$$= \int_0^{1/2} \frac{\sin x}{\sin x \cos x} dx$$

$$I = \int_0^{1/2} \frac{\cos x}{\sin x \cos x} dx \dots(ii)$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2I = \int_0^{1/2} \frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x} dx$$

$$2I = \int_0^{1/2} \frac{1}{\sin x \cos x} dx = [1]_0^{1/2}$$

$$2I = \frac{1}{2}$$

$$I = \frac{1}{4}$$

65. माना $I = \int_0^{1/2} \frac{1}{1 - \tan^3 x} dx$

$$I = \int_0^{1/2} \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x \cos^3 x} dx \dots(i)$$

$$I = \int_0^{1/2} \frac{\cos^3 \frac{x}{2}}{\sin^3 \frac{x}{2} \cos^3 \frac{x}{2}} dx \quad \dots(ii)$$

समी. (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$2I = \int_0^{1/2} \frac{\sin^3 x \cos^3 x}{\sin^3 x \cos^3 x} dx$$

$$2I = \int_0^{1/2} 1 dx = [x]_0^{1/2} = \frac{1}{2}$$

66. $\therefore$ समीकरण $4x^2 - 3x - 7 = 0$ के मूल a व b हैं।

$$\frac{3}{4} \text{ तथा } \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{3/4}{7/4} = \frac{3}{7}$$

67. $\therefore x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

$$\sqrt{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = 2 + \sqrt{3}$$

अतः $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

68. $\therefore \frac{1}{b-c}, \frac{1}{c-a}, \frac{1}{a-b}$ समान्तर श्रेणी में हैं।

$$\frac{1}{c-a}, \frac{1}{b-c}, \frac{1}{a-b}, \frac{1}{c-a}$$

$$\frac{b-c}{(c-a)(b-c)}, \frac{c-a}{(c-a)(a-b)}, \frac{a-b}{(b-a)(c-b)}$$

$$b^2 - a^2, c^2 - b^2, a^2 - b^2$$

a^2, b^2, c^2 समान्तर श्रेणी में हैं।

69. $\therefore a, b, c$ गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

$$b^2 = ac$$

$$\log b^2 = \log ac$$

$$2 \log b = \log a + \log c$$

$$\log b - \log a = \log c - \log b$$

$\log a, \log b, \log c$ समान्तर श्रेणी में हैं।

$\log_a, \log_b, \log_c$ हरात्मक श्रेणी में हैं।

70. $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^3} - \dots$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{9} + \frac{1}{8} - \dots$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \dots$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \dots$$

$$x$$

71. दो अंकों की विषम संख्याएँ निम्न हैं

11, 13, 15, 17, ..., 99

यहाँ $a = 11, d = 2$ तथा $l = 99$

$l = a + (n-1)d$ से

$$99 = 11 + (n-1)2 \Rightarrow \frac{88}{2} = n-1$$

$$n = 45$$

अतः अभीष्ट योग $\frac{n}{2} [a + l]$

$$\frac{45}{2} [11 + 99]$$

$$45 \times 55 = 2475$$

72. प्रश्नानुसार

$$\frac{n(n-1)}{2} - \frac{1}{5} = \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$$

$$15 - 2n = 1$$

$$2n = 14$$

$$n = 7$$

73. $(1 - 2x - x^2)^{20} = (1 - x)^{40}$

अभीष्ट पदों की संख्या 41

74. माना $\frac{x}{2} - \frac{3}{x^2}$ के प्रसार में x^4 का गुणांक $(r-1)$ वें पद में आता है।

$$I_{r-1} = {}^{10}C_r \left(\frac{x}{2} \right)^{10-r} \left(\frac{3}{x^2} \right)^r$$

$${}^{10}C_r \frac{x^{10-r}}{2^{10-r}} \frac{(1)^r 3^r}{x^{2r}}$$

$${}^{10}C_r \frac{x^{10-3r}}{2^{10-r}} = (1)^r 3^r$$

इस पद में x^4 आता है

$$10 - 3r = 4$$

$$3r = 6 \Rightarrow r = 2$$

$$T_3 = {}^{10}C_2 \frac{x^4}{2^8} = (1)^2 3^2$$

$$\frac{10!}{8! \cdot 2!} = \frac{1}{256} \cdot 9 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 9}{2 \cdot 256}$$

$$\frac{405}{252}$$

$$75. \therefore {}^nP_r = 720 {}^nC_r$$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{720 n!}{r!(n-r)!}$$

$$r! = 720 \cdot 6! \cdot r \cdot 6$$

$$76. {}^{20}C_{r-1} = {}^{20}C_{r+1}$$

$$20 - r + 1 = r + 1$$

$$2r = 20$$

$$r = 10$$

$$77. \therefore T_n = \frac{n^2}{n!} = \frac{n}{(n-1)!}$$

$$\frac{n}{(n-1)!} = \frac{1}{(n-1)!}$$

$$T_n = \frac{1}{(n-2)!} = \frac{1}{(n-1)!}$$

$$T_n = \frac{1}{(n-2)!} = \frac{1}{(n-1)!}$$

$$e = e = 2e$$

$$78. e^{(x-1)} = \frac{1}{2}(x-1)^2 \dots\dots$$

$$e^{\log(1-x-1)}$$

$$e^{\log x} = x$$

$$79. \log_4 2 = \log_8 2 = \log_{16} 2 \dots\dots\dots$$

$$\frac{1}{\log_2 4} = \frac{1}{\log_2 8} = \frac{1}{\log_2 16} \dots\dots\dots 1$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots$$

$$1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots$$

$$1 = 1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{3} = \frac{1}{4} \dots\dots\dots$$

$$1 = \log(1-1) = 1 = \log 2$$

$$81. \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{{}^5C_2 \cdot {}^4C_2}{{}^aC_2}$$

$$\frac{5!}{2!3!} = \frac{4!}{2!2!}$$

$$\frac{9!}{7!2!}$$

$$\frac{10}{6} = \frac{6}{36} = \frac{4}{9}$$

$$101. \text{दी गई समीकरण निम्न है}$$

$$ax^2 + by^2 + cx + cy = 0$$

$$\text{इस समीकरण की तुलना } Ax^2 + 2hy + By^2 + 2gx + 2fy + D = 0 \text{ से करने पर}$$

$$A = a, B = b, g = \frac{c}{2}, f = \frac{c}{2}, D = 0, h = 0$$

$$\text{दी गई समीकरण सरल रेखा युग्म दर्शाता है, यदि}$$

$$ABD - 2fgh - Af^2 - By^2 - Dh^2 = 0$$

$$0 = 0 \cdot \frac{ac^2}{4} - \frac{bc^2}{4} = 0$$

$$a = b = 0$$

$$102. \text{दी गई समीकरण निम्न है}$$

$$4x^2 + 8xy + ky^2 + 9 = 0$$

$$\text{इस समीकरण की तुलना } ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \text{ से करने पर}$$

$$a = 4, b = k, h = 4, c = 9, g = f = 0$$

$$\text{दी गई समीकरण सरल रेखायुग्म दर्शाती है यदि}$$

$$abc - 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$$

$$4 \cdot 9 \cdot k = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$$

$$k = 0$$

$$104. \text{दिए गए वृत्त का समीकरण निम्न है}$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \dots(i)$$

$$\text{यह वृत्त } (0, 0), ((a, 0) \text{ व } (0, b) \text{ से होकर जाता है।}$$

$$0 = 0 + 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$a^2 = 0 + 2ga + 0 + 0 + 0 \Rightarrow g = \frac{a}{2}$$

$$\text{तथा } 0 = b^2 + 0 + 2fb + 0 + 0 + f = \frac{b}{2}$$

$$\text{समीकरण (i) में } g, f \text{ व } c \text{ रखने पर}$$

$$\text{वृत्त का केन्द्र } \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right)$$

$$125. \text{हम जानते हैं कि रेखा } y = mx + c \text{ दीर्घवृत्त } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ को स्पर्श करती है यदि}$$

$$c^2 = a^2 m^2 + b^2$$

$$\text{यहाँ } c = \frac{P}{\sin}, m = \frac{\cos}{\sin}, a = a, b = b$$

$$\frac{P^2}{\sin^2} = a^2 \frac{\cos^2}{\sin^2} + b^2$$

$$P^2 = a^2 \cos^2 + b^2 \sin^2$$