Part – II/भाग – II

Mathematics/गणित

31. The upper Reimann sum U(P, f) of the function $f(x) = 2x + 1$ with respect to partition $P = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ of the interval [0, 1] is

(a) $\frac{9}{4}$ (b) $\frac{5}{4}$

(c) $\frac{11}{4}$ (d) $\frac{7}{4}$

32. The maximum value of sinx.siny.sin(x+y) is attained at

(a) $\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ (b) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$

(c) $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$ (d) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$

33. Which one of the following functions is a part of complementary function of the differential equation ?

$$(x+2)\frac{d^2y}{dx^2} - (2x+5)\frac{dy}{dx} + 2y = (x+1)e^x$$

(a) $y = e^{-x}$ (b) $y = x$

(c) $y = e^{2x}$ (d) $y = x^2$

34. Consider the following statements for $f(z) = \frac{1}{z}\sin\frac{1}{z}$ and $g(z) = f(z)\sin z$.

I. f (z) has an essential singularity at z = 0.

II. g(z) has a removable singularity at z = 0.

Which of the above statements is/are true ?

(a) Both I and II (b) Only I

(c) Neither I nor II (d) Only II

35. If W_1 and W_2 are 3-dimensional subspaces of a 4-dimensional vector space V then the smallest possible dimension of $W_1 \cap W_2$ will be

(a) 3 (b) 1

(c) 4 (d) 2

31. अन्तराल [0, 1] के विभाजन $P = \left\{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ के सापेक्ष फलन $f(x) = 2x + 1$ का उपरि रीमान योग U(P, f) है

(a) $\frac{9}{4}$ (b) $\frac{5}{4}$

(c) $\frac{11}{4}$ (d) $\frac{7}{4}$

32. sinx.siny.sin(x+y) का अधिकतम मान प्राप्त होता है

(a) $\left(\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ पर (b) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ पर

(c) $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$ पर (d) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ पर

33. निम्नलिखित फलनों में से कौन-सा एक फलन अवकल समीकरण

$$(x+2)\frac{d^2y}{dx^2} - (2x+5)\frac{dy}{dx} + 2y = (x+1)e^x$$

के पूरक फलन का एक भाग है ?

(a) $y = e^{-x}$ (b) $y = x$

(c) $y = e^{2x}$ (d) $y = x^2$

34. $f(z) = \frac{1}{z}\sin\frac{1}{z}$ तथा $g(z) = f(z)\sin z$ के लिए निम्न कथनों पर विचार कीजिये ।

I. z = 0 पर f (z) की एक आवश्यक विचित्रता है ।

II. z = 0 पर g (z) की एक अपनेय विचित्रता है ।

उपरोक्त कथनों में से कौन-सा/से सत्य है ?

(a) I और II दोनों (b) केवल I

(c) न तो I न ही II (d) केवल II

35. यदि W_1 तथा W_2 एक 4-विमीय सदिश समष्टि V के 3-विमीय उपसमष्टि हैं तब $W_1 \cap W_2$ की सबसे छोटा संभव विमा होगी

(a) 3 (b) 1

(c) 4 (d) 2

36. The angle between pair of planes $2x^2 - 6y^2 - 12z^2 + 18yz + 2zx + xy = 0$ is

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{16}{21}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{5}{21}\right)$

(c) $\sin^{-1}\left(\frac{16}{25}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{5}{21}\right)$

37. With reference to the motion of a rigid body moving into two dimensions about centre inertia, match List – I with List – II and choose the correct answer using the code given below the lists.

List – I	List – II
A. Equation of motion	1. $\frac{1}{2}mk^2\dot{\theta}^2$
B. Moment of momentum	2. $mk^2\dot{\theta}$
C. Kinetic energy of the body	3. $M\ddot{x} = \sum X, M\ddot{y} = \sum Y$
D. Motion of centre of inertia	4. $Mk^2\ddot{\theta} = L$

Code :

(a) A – 2, B – 1, C – 3, D – 4
(b) A – 4, B – 1, C – 2, D – 3
(c) A – 4, B – 2, C – 1, D – 3
(d) A – 4, B – 1, C – 3, D – 2

38. In Cauchy's Mean Value theorem for the functions $f(x) = e^x$ and $g(x) = e^{-x}$, the value of c is such that

(a) c is the harmonic mean between a and b
(b) c is the arithmetic mean between a and b
(c) c is the geometric mean between a and b
(d) none of the above

39. The infinite series

$$1 + \frac{1}{2(\log 2)^p} + \frac{1}{3(\log 3)^p} + \ldots + \frac{1}{n(\log n)^p} + \cdots \text{to inf.}$$

is convergent if

(a) $p \le 1$ (b) $p < 1$

(c) $p > 1$ (d) $p = 1$

36. समतल युग्मों $2x^2 - 6y^2 - 12z^2 + 18yz + 2zx + xy = 0$ के बीच का कोण है

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{16}{21}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{5}{21}\right)$

(c) $\sin^{-1}\left(\frac{16}{25}\right)$ (d) $\tan^{-1}\left(\frac{5}{21}\right)$

37. एक दृढ़ पिण्ड की जड़त्व केन्द्र के परित: द्विविमीय गति के संदर्भ में सूची – I को सूची – II से सुमेलित कीजिए तथा नीचे दिये गये कूट से सही उत्तर चुनिए ।

सूची – I	सूची – II
A. गति का समीकरण है	1. $\frac{1}{2}mk^2\dot{\theta}^2$
B. कोणीय संवेग	2. $mk^2\dot{\theta}$
C. पिंड की गतिज ऊर्जा	3. $M\ddot{x} = \sum X, M\ddot{y} = \sum Y$
D. जड़त्व केन्द्र की गति	4. $Mk^2\ddot{\theta} = L$

कूट :

(a) A – 2, B – 1, C – 3, D – 4
(b) A – 4, B – 1, C – 2, D – 3
(c) A – 4, B – 2, C – 1, D – 3
(d) A – 4, B – 1, C – 3, D – 2

38. फलनों $f(x) = e^x$ तथा $g(x) = e^{-x}$ के लिए कॉशी के मध्यमान प्रमेय में c का मान इस प्रकार का है कि

(a) c, a तथा b के बीच का हरात्मक माध्य है
(b) c, a तथा b के बीच का समान्तर माध्य है
(c) c, a तथा b के बीच का गुणोत्तर माध्य है
(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

39. अनन्त श्रेणी

$$1 + \frac{1}{2(\log 2)^p} + \frac{1}{3(\log 3)^p} + \ldots + \frac{1}{n(\log n)^p} + \cdots \text{to inf.}$$

अभिसारी है यदि

(a) $p \le 1$ (b) $p < 1$

(c) $p > 1$ (d) $p = 1$

40. Putting $x = e^t$ and denoting $\frac{d}{dt}$ by θ, then the differential equation

$$x^3 \frac{d^3y}{dx^3} + 3x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = \log x$$

is transformed to

(a) $(\theta^3 - 1)y = t$ (b) $\theta^3 y = t$

(c) $(\theta^3 + 3\theta + 1)y = t$ (d) $(\theta^3 + 1)y = t$

41. If the Lagrangian does NOT depend on time explicitely, then

(a) The Hamiltonian is constant

(b) Hamiltonian is not constant

(c) Potential energy is constant

(d) The kinetic energy is constant

42. Which one of the following is true ?

(a) There is a field of 64 elements

(b) There is a field of 45 elements

(c) There is a field of 80 elements

(d) There is a field of 48 elements

43. If p is a prime number and G is a non-abelian group of order p^3, then the centre of G has exactly

(a) p + 1 elements (b) p – 1 elements

(c) p^2 elements (d) p elements

44. If S denotes the surface of the cube bounded by the planes x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1, then the normal surface integral of $\vec{F} = (x^3 - yz)\hat{i} - 2x^2y\hat{j} + 2\hat{k}$ over S is

(a) $\frac{1}{5}$ (b) 1

(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{3}$

45. The number of group homomorphisms from the group $\mathbb{Z}_8$ to group $\mathbb{Z}_{20}$ is

(a) 3 (b) 4

(c) 2 (d) None

40. $x = e^t$ रखने पर और $\frac{d}{dt}$ को θ से निरूपित करने पर, अवकल समीकरण

$$x^3 \frac{d^3y}{dx^3} + 3x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = \log x$$ रूपान्तरित हो जाता है

(a) $(\theta^3 - 1)y = t$ में (b) $\theta^3 y = t$ में

(c) $(\theta^3 + 3\theta + 1)y = t$ में (d) $(\theta^3 + 1)y = t$ में

41. यदि लैग्रैंजियन स्पष्ट रूप से समय पर निर्भर नहीं करता है, तब

(a) हैमिल्टोनियन स्थिरांक है

(b) हैमिल्टोनियन स्थिरांक नहीं है

(c) स्थितिज ऊर्जा स्थिरांक है

(d) गतिज ऊर्जा स्थिरांक है

42. निम्न में कौन-सा एक सत्य है ?

(a) 64 अवयवों वाला एक क्षेत्र है

(b) 45 अवयवों वाला एक क्षेत्र है

(c) 80 अवयवों वाला एक क्षेत्र है

(d) 48 अवयवों वाला एक क्षेत्र है

43. यदि p एक अभाज्य संख्या और G, p^3 कोटि का एक गैर-अबेलियन समूह है, तो G के केन्द्र में ठीक-ठीक

(a) p + 1 अवयव हैं (b) p – 1 अवयव हैं

(c) p^2 अवयव हैं (d) p अवयव हैं

44. यदि समतलों x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1 से परिबद्ध घन की सतह को S से निरूपित किया जाए, तो $\vec{F} = (x^3 - yz)\hat{i} - 2x^2y\hat{j} + 2\hat{k}$ का सतह S पर अभिलम्ब सतह समाकलन होगा

(a) $\frac{1}{5}$ (b) 1

(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{1}{3}$

45. समूह $\mathbb{Z}_8$ से समूह $\mathbb{Z}_{20}$ में समूह समाकारिताओं की संख्या है

(a) 3 (b) 4

(c) 2 (d) कोई नहीं

46. The mean and variance of a binomial distribution are 4 and $\frac{4}{3}$ respectively. Find the probability of 3 or more than 3 successes.

(a) $\frac{656}{729}$ (b) $\frac{20}{243}$

(c) $\frac{73}{729}$ (d) $\frac{716}{729}$

47. Consider a planet of mass m orbiting around the sun under inverse square law of acceleration $\frac{\mu m}{r^2}$. If the position of the planet at time t given by the polar coordinates (r, θ), then the Lagrangian L of the system is given by

(a) $\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + \dot{\theta}^2\right) + \frac{\mu m}{r^2}$

(b) $\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) - \frac{\mu m}{r}$

(c) $\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + \dot{\theta}^2\right) - \frac{\mu m}{r^2}$

(d) $\frac{1}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{\mu m}{r}$

48. The Laurent's series expansion for the function $f(z) = \frac{1}{z^2(1-z)}$ about z = 0 is

(a) $1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n z^n$

(b) $1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \sum_{n=1}^{\infty} z^n$

(c) $1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} - \sum_{n=1}^{\infty} z^n$

(d) $1 + \frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{\infty} z^n$

49. The value of the integral $\int_C \frac{(2z^3 - 5)\,dz}{(z+2)^2(z^2+4)z^2}$ (where C is the square with vertices 1 + i, 2 + i, 2 + 2i, 1 + 2i) is

(a) πi (b) 0

(c) $4\pi i$ (d) $2\pi i$

46. एक द्विपद वितरण का माध्य और विचरण क्रमश: 4 और $\frac{4}{3}$ हैं । 3 या 3 से अधिक सफलताओं की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

(a) $\frac{656}{729}$ (b) $\frac{20}{243}$

(c) $\frac{73}{729}$ (d) $\frac{716}{729}$

47. आकर्षण के व्युत्क्रम वर्ग नियम $\frac{\mu m}{r^2}$ के अंतर्गत सूर्य की परिक्रमा करने वाले द्रव्यमान m के एक ग्रह पर विचार करें । यदि समय t पर ग्रह की स्थिति ध्रुवीय निर्देशांक (r, θ) द्वारा दी गई है, तो निकाय का लैग्रांजियन L निम्न प्रकार है

(a) $\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + \dot{\theta}^2\right) + \frac{\mu m}{r^2}$

(b) $\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) - \frac{\mu m}{r}$

(c) $\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + \dot{\theta}^2\right) - \frac{\mu m}{r^2}$

(d) $\frac{1}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{\mu m}{r}$

48. फलन $f(z) = \frac{1}{z^2(1-z)}$ का z = 0 के परित: लौरेन्ट श्रेणी प्रसार है

(a) $1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n z^n$

(b) $1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \sum_{n=1}^{\infty} z^n$

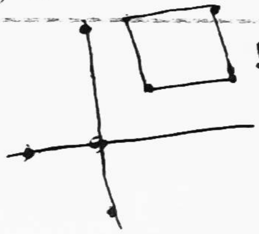
(c) $1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} - \sum_{n=1}^{\infty} z^n$

(d) $1 + \frac{1}{z} + \sum_{n=1}^{\infty} z^n$

49. समाकल $\int_C \frac{(2z^3 - 5)\,dz}{(z+2)^2(z^2+4)z^2}$ का मान है (जहाँ C एक वर्ग है जिसके शीर्ष 1 + i, 2 + i, 2 + 2i, 1 + 2i हैं ।)

(a) πi (b) 0

(c) $4\pi i$ (d) $2\pi i$



50. Let $\mathbb{R}$ is the set of real numbers and $(\mathbb{R}, d)$ a real line metric space. If $A = (0, 1)$ and $B = (1, 2]$ are subsets of $\mathbb{R}$, then

(a) A and B are not disjoint but are separated

(b) A and B are disjoint and separated

(c) A and B are neither disjoint nor separated

(d) A and B are disjoint but not separated

51. A graph G is said to have been decomposed into two subgraphs g_1 and g_2 if

(a) $g_1 \cap g_2 = g_1$ (b) $g_1 \cup g_2 = G$

(c) $g_1 \cap g_2 = g_2$ (d) None of these

52. Consider the following quadratic forms :

$q_1(x_1, x_2) = 5x_1^2 + 10x_1x_2 + 2x_2^2$

$q_2(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 5x_2^2$, then

(a) q_1 is positive definite but q_2 is negative definite

(b) Both q_1 and q_2 are positive definite

(c) q_2 is positive definite but q_1 is indefinite

(d) Both q_1 and q_2 are negative definite

53. The principal normals at consecutive points of a curve do not intersect unless

(a) $\tau k = 0$ (b) $\tau = 0$

(c) $\frac{1}{\tau} = 0$ (d) $k = 0$

54. For a normal distribution,
Quartile deviation : Mean deviation : Standard deviation is equal to

(a) 15 : 10 : 12 (b) 13 : 12 : 13

(c) 12 : 15 : 10 (d) 10 : 12 : 15

55. Consider the set $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)(x-2)(y-3)(y+4) = 0\}$, then which of the following statement is true about the set A ?

(a) A is dense (b) A is connected

(c) A is compact (d) A is closed

50. माना $\mathbb{R}$ वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है तथा $(\mathbb{R}, d)$ वास्तविक रेखा दूरीक समष्टि है । यदि $A = (0, 1)$ और $B = (1, 2]$, $\mathbb{R}$ के उपसमुच्चय है, तो

(a) A और B असंयुक्त नहीं है किन्तु पृथक्करणीय हैं

(b) A और B असंयुक्त और पृथक्करणीय हैं

(c) A और B न तो असंयुक्त न ही पृथक्करणीय हैं

(d) A और B असंयुक्त किन्तु पृथक्करणीय नहीं हैं

51. एक ग्राफ G को दो उपग्राफों g_1 एवं g_2 में विघटित किया जाता है यदि

(a) $g_1 \cap g_2 = g_1$ (b) $g_1 \cup g_2 = G$

(c) $g_1 \cap g_2 = g_2$ (d) इनमें से कोई नहीं

52. निम्न द्विघात रूपों पर विचार कीजिये :

$q_1(x_1, x_2) = 5x_1^2 + 10x_1x_2 + 2x_2^2$

$q_2(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 8x_1x_2 + 5x_2^2$, तो

(a) q_1 धनात्मक निश्चित है लेकिन q_2 ऋणात्मक निश्चित है

(b) q_1 तथा q_2 दोनों धनात्मक निश्चित हैं

(c) q_2 धनात्मक निश्चित है लेकिन q_1 अनिश्चित है

(d) q_1 तथा q_2 दोनों ऋणात्मक निश्चित है

53. किसी वक्र के क्रमागत बिन्दुओं पर मुख्य अभिलम्ब तब तक प्रतिच्छेद नहीं करते हैं जब तक कि

(a) $\tau k = 0$ (b) $\tau = 0$

(c) $\frac{1}{\tau} = 0$ (d) $k = 0$

54. किसी प्रसामान्य बँटन में,
चतुर्थक विचलन : माध्य विचलन : मानक विचलन बराबर होता है

(a) 15 : 10 : 12 (b) 13 : 12 : 13

(c) 12 : 15 : 10 (d) 10 : 12 : 15

55. समुच्चय $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)(x-2)(y-3)(y+4) = 0\}$ पर विचार कीजिये तब निम्नलिखित में से कौन-सा कथन समुच्चय A के विषय में सत्य है ?

(a) A सघन है (b) A सम्बद्ध है

(c) A संहत है (d) A बन्द है

56. A particle moves on a cycloid $S = 4a \sin\theta$ under the action of gravity. What is the time-period of the small oscillation ?

(a) $2\pi\sqrt{a/2g}$ (b) $2\pi\sqrt{a/g}$

(c) $2\pi\sqrt{2a/g}$ (d) None of the above

57. The solution of Brachistochrone problem is

(a) an inverted cycloid
(b) a catenary
(c) a hyperbola
(d) a cycloid but not inverted cycloid

58. Let $f(x) = [x]$, where $[x]$ denotes the greatest integer not greater than x. Consider the following statements with reference to $f(x)$:

1. $f(x)$ is bounded variation in $[0, 2]$.
2. $f(x)$ is not continuous in $[0, 2]$.

Select the correct answer from the code given below.

Code :

(a) Only 2 is true
(b) Only 1 is true
(c) Neither 1 nor 2 is true
(d) Both 1 and 2 are true

59. If the external forces are conservative and density is a function of pressure p only, then the equation $\frac{d}{dt}\left(\frac{W}{\rho}\right) = \left(\frac{W}{\rho}\cdot\nabla\right)\bar{q}$ is known as

(a) Navier – Stoke's equation
(b) Lagrange's equation
(c) Helmholtz – Vorticity equation
(d) Euler's equation

60. For what value of 'a' the unit normal vector to the surface $x^2 + 4y^2 - 3z^2 - 2 = 0$ at the point (1, 1, 1) is parallel to the plane $3x - 3y + az = 5$?

(a) 2
(b) – 2
(c) 3
(d) – 3

$2x\hat{i} + 8y\hat{j} - 6z\hat{k}$

$2\hat{i} + 8\hat{j} - 6\hat{k}$

$\hat{i} + 4\hat{j} - 3\hat{k}$

56. एक कण गुरुत्वाकर्षण की क्रिया के अंतर्गत एक चक्रज $S = 4a \sin\theta$ पर गति करता है, तो छोटे दोलन का आवर्तकाल क्या है ?

(a) $2\pi\sqrt{a/2g}$ (b) $2\pi\sqrt{a/g}$

(c) $2\pi\sqrt{2a/g}$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

57. ब्रैकिस्टोक्रोन समस्या का हल है

(a) एक व्युत्क्रमित चक्रज
(b) एक रज्जुवक्र
(c) एक अतिपरवलय
(d) एक चक्रज लेकिन व्युत्क्रमित चक्रज नहीं

58. माना $f(x) = [x]$, जहाँ $[x]$ उस महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है जो x से बड़ा नहीं है । $f(x)$ के सन्दर्भ में निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए :

1. $[0, 2]$ में $f(x)$ परिबद्ध विचरण फलन है ।
2. $[0, 2]$ में $f(x)$ सतत नहीं है ।

नीचे दिये गये कूट से सही उत्तर चुनिए :

कूट :

(a) केवल 2 सत्य है
(b) केवल 1 सत्य है
(c) न तो 1 सत्य है और न ही 2
(d) 1 और 2 दोनों सत्य हैं

59. यदि बाह्य बल संरक्षी है और घनत्त्व के दाब p का फलन है, तो समीकरण $\frac{d}{dt}\left(\frac{W}{\rho}\right) = \left(\frac{W}{\rho}\cdot\nabla\right)\bar{q}$ जाना जाता है

(a) नेवियर – स्टोक्स समीकरण
(b) लैग्रांजियन समीकरण
(c) हेल्महोल्ट्ज – वरटिसिटी समीकरण
(d) युलर समीकरण

60. 'a' के किस मान के लिए पृष्ट $x^2 + 4y^2 - 3z^2 - 2 = 0$ के बिन्दु (1, 1, 1) पर अभिलंब सदिश समतल $3x - 3y + az = 5$ के समान्तर है ?

(a) 2
(b) – 2
(c) 3
(d) – 3

$3 - 12 - 3a = 0$

$3a = -9$

$a = -3$

61. Match List – I with List – II and choose correct answer using the code given below the list.

List – I	List – II
A. $f(z)=\frac{1}{\sin z-\cos z}$ at $z=\pi/4$	1. Non-isolated essential singularity
B. $f(z)=\sin\frac{1}{z}$ at $z=0$	2. Isolated essential singularity
C. $f(z)=z\operatorname{cosec} z$ at $z=\infty$	3. Simple pole

Code :

(a) A – 1 B – 2 C – 3
(b) A – 3 B – 2 C – 1
(c) A – 1 B – 3 C – 2
(d) A – 3 B – 1 C – 2

62. A uniform solid sphere rolls down an inclined plane of inclination α with horizon, which is rough enough to prevent any sliding. The centre of the sphere moves with constant acceleration

(a) $\frac{5}{7}g\sin\alpha$ (b) $\frac{3}{5}g\sin\alpha$
(c) $\frac{1}{2}g\sin\alpha$ (d) $\frac{2}{3}g\sin\alpha$

63. Extremal of the functional $\int_0^2 (y')^2dx$, under the constraints $\int_0^2 ydx=1$, given $y(0)=0$ and $y(2)=1$, is

(a) $y=x^2$ (b) $y=x$
(c) $y=x/2$ (d) $y=2x$

64. Match List – I with List – II and choose the correct answer using the code given below the lists.

List – I	List – II
A. VAM method	1. Assignment problem
B. Hangarian method	2. Transportation problem
C. Two-phase method	3. Simplex method
D. MODI method	

Code :

(a) A – 2 B – 1 C – 3 D – 2
(b) A – 1 B – 2 C – 3 D – 2
(c) A – 1 B – 1 C – 3 D – 2
(d) A – 2 B – 1 C – 3 D – 1

61. सूची – I को सूची – II से सुमेलित कीजिए तथा नीचे दिये गये कूट से सही उत्तर चुनिये ।

सूची – I	सूची – II
A. $f(z)=\frac{1}{\sin z-\cos z}$, $z=\pi/4$ पर	1. गैर-पृथक आवश्यक विलक्षणता
B. $f(z)=\sin\frac{1}{z}$, $z=0$ पर	2. पृथक आवश्यक विलक्षणता
C. $f(z)=z\operatorname{cosec} z$, $z=\infty$ पर	3. सरल ध्रुव

कूट :

(a) A – 1 B – 2 C – 3
(b) A – 3 B – 2 C – 1
(c) A – 1 B – 3 C – 2
(d) A – 3 B – 1 C – 2

62. एक एकरूप ठोस गोला क्षितिज से α कोण पर झुके हुए नत समतल पर नीचे की ओर लुढ़कता है, समतल इतना खुरदरा है कि कोई फिसलन नहीं होती । गोले केन्द्र अचर त्वरण से गति करता है

(a) $\frac{5}{7}g\sin\alpha$ (b) $\frac{3}{5}g\sin\alpha$
(c) $\frac{1}{2}g\sin\alpha$ (d) $\frac{2}{3}g\sin\alpha$

63. फलनक $\int_0^2 (y')^2dx$ का चरम, अवरोधों $\int_0^2 ydx=1$ के अन्तर्गत, जहाँ $y(0)=0$ और $y(2)=1$ दिया है, है

(a) $y=x^2$ (b) $y=x$
(c) $y=x/2$ (d) $y=2x$

64. सूची – I को सूची – II से सुमेलित कीजिए तथा दिये गये कूट से सही उत्तर चुनिए ।

सूची – I	सूची – II
A. वैम विधि	1. नियतन समस्या
B. हंगरियन विधि	2. परिवहन समस्या
C. द्विचरण विधि	3. सिम्पलेक्स विधि
D. मोडी विधि	

कूट :

(a) A – 2 B – 1 C – 3 D – 2
(b) A – 1 B – 2 C – 3 D – 2
(c) A – 1 B – 1 C – 3 D – 2
(d) A – 2 B – 1 C – 3 D – 1

65. The least value of 'a' for which the function $f(x) = x^2 + ax + 1$ is increasing on [1,2] is

(a) -2 (b) 0
(c) -4 (d) -3

66. The function $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ defined by

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^{2/3}}, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$ is

(a) Unbounded in [0, 1]
(b) Bounded in [0, 1]
(c) Lebesgue integrable in [0, 1]
(d) Both (a) and (c)

67. The singular solution of the differential equation $(px - y)^2 = p^2 - 1$ $\left(\text{where } p = \frac{dy}{dx}\right)$ is

(a) $x^3 - y^3 = 1$ (b) $x^2 - y^2 = 1$
(c) $x^3 + y^3 = 1$ (d) $x^2 + y^2 = 1$

68. Extremal for the variational problem

$$v[y(x)] = \int_0^{\log 2} \left[e^{-x}(y')^2 - e^x y^2\right] dx$$ satisfies the following differential equation

(a) $y'' - y' - e^{2x}y = 0$ (b) $y'' + y' + e^{2x}y = 0$
(c) $y'' + y' - e^{2x}y = 0$ (d) $y'' - y' + e^{2x}y = 0$

69. If a random variable X follows Poisson distribution such that P (X=1) = P (X=2), then P (X=0) is

(a) e^{-2} (b) e^{-1}
(c) e (d) None of these

70. Consider the following two statements :

1. Let G be a group of order n. If n < 6, then G is Abelian.
2. The order of the permutation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ is 3.

Select the correct answer from the code given below.

Code :
(a) Only 2 is true
(b) Only 1 is true
(c) Neither 1 nor 2 is true
(d) Both 1 and 2 are true

65. 'a' का न्यूनतम मान जिसके लिए फलन $f(x) = x^2 + ax + 1$ अन्तराल [1,2] पर वर्धमान फलन है, है

(a) -2 (b) 0
(c) -4 (d) -3

66. फलन $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^{2/3}}, & \text{यदि } 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$

द्वारा परिभाषित है

(a) [0, 1] में अपरिबद्ध है
(b) [0, 1] में परिबद्ध है
(c) [0, 1] में लीबेग समाकलनीय है
(d) (a) और (c) दोनों

67. अवकल समीकरण $(px - y)^2 = p^2 - 1$ $\left(\text{जहाँ } p = \frac{dy}{dx}\right)$ का विचित्र हल है

(a) $x^3 - y^3 = 1$ (b) $x^2 - y^2 = 1$
(c) $x^3 + y^3 = 1$ (d) $x^2 + y^2 = 1$

68. विचरण समस्या

$$v[y(x)] = \int_0^{\log 2} \left[e^{-x}(y')^2 - e^x y^2\right] dx$$

का चरम निम्नलिखित अवकल समीकरण को संतुष्ट करता है

(a) $y'' - y' - e^{2x}y = 0$ (b) $y'' + y' + e^{2x}y = 0$
(c) $y'' + y' - e^{2x}y = 0$ (d) $y'' - y' + e^{2x}y = 0$

69. यदि एक यादृच्छिक चर X प्वॉइजन वितरण का अनुसरण करता है जैसा कि P (X=1) = P (X=2), तो P (X=0) है

(a) e^{-2} (b) e^{-1}
(c) e (d) इनमें से कोई नहीं

70. निम्नलिखित दो कथनों पर विचार कीजिए :

1. माना G कोटि n का एक समूह है । यदि n < 6, तो G एक अबेलियन समूह है ।
2. क्रमचय $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ की कोटि 3 है ।

नीचे दिये गये कूट से सही उत्तर का चयन कीजिए ।

कूट :
(a) केवल 2 सत्य है
(b) केवल 1 सत्य है
(c) न तो 1 सत्य है और न ही 2
(d) दोनों 1 एवं 2 सत्य हैं

71. If α and β are two vectors in inner product space, then $\|\alpha+\beta\|^2 + \|\alpha-\beta\|^2$ is equal to
(a) $\|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2$ (b) $2(\|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2)$
(c) $2(\|\alpha\|^2 - \|\beta\|^2)$ (d) None of these

71. यदि किसी आन्तर गुणन समष्टि में α और β दो सदिश हैं, तो $\|\alpha+\beta\|^2 + \|\alpha-\beta\|^2$ बराबर है
(a) $\|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2$ (b) $2(\|\alpha\|^2 + \|\beta\|^2)$
(c) $2(\|\alpha\|^2 - \|\beta\|^2)$ (d) इनमें से कोई नहीं

72. By using Resolvent Kernel Method the solution of equation $u(x) = x + \int_0^{1/2} u(t)\,dt$ is
(a) $u(x) = x^2 + \frac{1}{4}$ (b) $u(x) = x + \frac{1}{4}$
(c) $u(x) = x^2 - \frac{1}{4}$ (d) $u(x) = x - \frac{1}{4}$

72. समीकरण $u(x) = x + \int_0^{1/2} u(t)\,dt$ का, साधक अष्टि (रिजॉल्वेंट कर्नेल) विधि का प्रयोग करके, हल है
(a) $u(x) = x^2 + \frac{1}{4}$ (b) $u(x) = x + \frac{1}{4}$
(c) $u(x) = x^2 - \frac{1}{4}$ (d) $u(x) = x - \frac{1}{4}$

73. The extremal of the functional $I[z(x, y)] = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 2z\,f(x,y)\right] dx\,dy$ where $f(x, y)$ is known function, is
(a) $\nabla^2 z = f(x,y)$
(b) $\nabla^2 z = 0$
(c) $\nabla^4 z = f(x,y)$
(d) $\nabla^2 z = 2f(x,y)$

73. फलनक $I[z(x, y)] = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 2z\,f(x,y)\right] dx\,dy$ का चरम, जहाँ दिया गया फलन $f(x, y)$ है
(a) $\nabla^2 z = f(x,y)$
(b) $\nabla^2 z = 0$
(c) $\nabla^4 z = f(x,y)$
(d) $\nabla^2 z = 2f(x,y)$

74. The vectors (a_1, a_2) and (b_1, b_2) of $V_2(F)$, where F is a field of complex numbers are linearly independent if
(a) $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ (b) $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
(c) $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$ (d) None of these

74. $V_2(F)$ के सदिश (a_1, a_2) और (b_1, b_2) जहाँ F सम्मिश्र संख्याओं का क्षेत्र है रैखिक रूप से स्वतंत्र हैं, यदि
(a) $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ (b) $a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
(c) $a_1a_2 - b_1b_2 = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं

75. If M is the arithmetic mean of the coefficients of regression and r the correlation coefficient between two variables x and y, then which of the following option is true ?
(a) $M \leq r$ (b) $M \geq r$
(c) $M > r$ (d) $M = r$

75. यदि रिग्रेशन (प्रतिगमन) गुणांकों का माध्य M है तथा r, दो चरों x और y के बीच का सहसंबंध गुणांक है तो निम्नलिखित विकल्पों में से कौन-सा एक सत्य है ?
(a) $M \leq r$ (b) $M \geq r$
(c) $M > r$ (d) $M = r$

76. If the set $S = \{2, 4, 8, 16, \ldots, 512\}$ is partitioned into 3 sets A, B and C with equal number of elements such that $A \cup B \cup C = S$ and $A \cap B = B \cap C = A \cap C = \emptyset$, then the maximum number of such possible partitions of S will be
(a) 1710 (b) 1680
(c) 1640 (d) 1520

76. यदि समुच्चय $S = \{2, 4, 8, 16, \ldots, 512\}$ को बराबर संख्या के अवयवों वाले 3 समुच्चयों A, B और C में इस प्रकार विभाजित किया जाय कि $A \cup B \cup C = S$ और $A \cap B = B \cap C = A \cap C = \emptyset$, तो S के सम्भव विभाजनों की कुल अधिकतम संख्या होगी
(a) 1710 (b) 1680
(c) 1640 (d) 1520

77. The eigen values of $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$, $x \in (0, \pi)$, $\lambda > 0$ with $y(0) = 0$, $y(\pi) = y'(\pi)$ are given by

(a) $\lambda = k_n^2$, where k_n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ are the roots of $k = \tan k\pi$

(b) $\lambda = (n\pi)^2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

(c) $\lambda = k_n^2$, where k_n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ are the roots of $k + \tan k\pi = 0$

(d) $\lambda = n^2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

78. The particular integral of $(D^2 - DD')z = \cos x \cos 2y$ where $D \equiv \frac{\partial}{\partial x}$, $D' \equiv \frac{\partial}{\partial y}$, is

(a) $\cos(x + 2y) - \frac{1}{2}\cos(x - 2y)$

(b) $\frac{1}{2}\cos(x + 2y) - \frac{1}{6}\cos(x - 2y)$

(c) $\cos(x + 2y) - \frac{1}{3}\cos(x - 2y)$

(d) $\frac{1}{2}\cos(x + 2y) - \frac{1}{3}\cos(x - 2y)$

79. Given below two statements, one is labelled as Assertion (A) and the other as Reason (R).

Assertion (A) : A part of the complementary function of the solution of the differential equation $x\frac{d^2y}{dx^2} - (2x - 1)\frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$ is $y = e^x$

Reason (R) : If $1 + P + Q = 0$ in the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$, then $y = e^x$ is a part of complementary function.

Select the correct answer using the code given below.

Code :

(a) (A) is true but (R) is false

(b) Both (A) and (R) are true and (R) is the correct explanation of (A)

(c) (A) is false but (R) is true

(d) Both (A) and (R) are true but (R) is not the correct explanation of (A)

77. $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$, $x \in (0, \pi)$, $\lambda > 0$, $y(0) = 0$, $y(\pi) = y'(\pi)$ के साथ आइगेन के मान निम्न में से किससे दिए जाते हैं ?

(a) $\lambda = k_n^2$; जहाँ k_n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$, $k = \tan k\pi$ के मूल हैं

(b) $\lambda = (n\pi)^2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

(c) $\lambda = k_n^2$; जहाँ k_n $(n = 1, 2, 3, \ldots)$, $k + \tan k\pi = 0$ के मूल हैं

(d) $\lambda = n^2$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

78. $(D^2 - DD')z = \cos x \cos 2y$ का विशिष्ट समाकल, जहाँ $D \equiv \frac{\partial}{\partial x}$, $D' \equiv \frac{\partial}{\partial y}$, है

(a) $\cos(x + 2y) - \frac{1}{2}\cos(x - 2y)$

(b) $\frac{1}{2}\cos(x + 2y) - \frac{1}{6}\cos(x - 2y)$

(c) $\cos(x + 2y) - \frac{1}{3}\cos(x - 2y)$

(d) $\frac{1}{2}\cos(x + 2y) - \frac{1}{3}\cos(x - 2y)$

79. नीचे दो कथन हैं जिनमें से एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को कारण (R) कहा गया है ।

अभिकथन (A) : अवकल समीकरण $x\frac{d^2y}{dx^2} - (2x - 1)\frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$ के हल के पूरक फलन का एक भाग $y = e^x$ है ।

कारण (R) : यदि अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = 0$ में $1 + P + Q = 0$ है तो $y = e^x$ अवकल समीकरण के हल के पूरक फलन का एक भाग होता है ।

नीचे दिए गये कूट से सही उत्तर का चयन कीजिए :

कूट :

(a) (A) सत्य है किन्तु (R) गलत है

(b) (A) और (R) दोनों सत्य हैं और (R), (A) की सही व्याख्या करता है

(c) (A) गलत है किन्तु (R) सत्य है

(d) (A) और (R) दोनों सत्य हैं किन्तु (R), (A) की सही व्याख्या नहीं करता है

80. Let $\mathbb{Q}$ be the field of rational numbers, then the dimension of the extension field $K = \{a + \sqrt{2}\,b + \sqrt{3}\,c + \sqrt{6}\,d : a, b, c, d \in \mathbb{Q}\}$ over $\mathbb{Q}$ is

(a) 3 (b) 1

(c) 4 (d) 2

81. Given below are two statements, one is labelled as Assertion (A) and other is labelled as Reason (R)

Assertion (A) : Simpson's $\frac{1}{3}$ rule will give exact value of an integral if degree of the integrand is less than or equal to 3.

Reason (R) : The error term in Simpson's $\frac{1}{3}$ rule is proportional to 4^{th} derivative of the integrand.

Then

(a) (A) is correct but (R) is not correct

(b) Both (A) and (R) are correct and (R) is correct explanation of (A)

(c) (A) is not correct but (R) is correct

(d) Both (A) and (R) are correct but (R) is not correct explanation of (A)

82. If $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ are eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 3 & -5 & 9 \end{bmatrix}$, then $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ is equal to

(a) 9 (b) 0

(c) 10 (d) 8

83. The solution of partial differential equation $(D^2 + D'^2 + 2DD')\,z = 0$ is

(a) $z = \phi_1(x) + x\phi_2(y - x)$

(b) $z = \phi_1(x) + x\phi_2(y)$

(c) $z = \phi_1(y - x) + x\phi_2(y - x)$

(d) $z = \phi_1(y - x) + x\phi_2(y)$

80. माना $\mathbb{Q}$ परिमेय संख्याओं का क्षेत्र है, तब $\mathbb{Q}$ पर विस्तार क्षेत्र $K = \{a + \sqrt{2}\,b + \sqrt{3}\,c + \sqrt{6}\,d : a, b, c, d \in \mathbb{Q}\}$ की विमा है

(a) 3 (b) 1

(c) 4 (d) 2

81. नीचे दो कथन दिये गये हैं । एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को कारण (R) कहा गया है ।

अभिकथन (A) : सिम्पसन $\frac{1}{3}$ नियम किसी समाकल का सटीक मान देगा यदि समाकल की डिग्री 3 से कम या बराबर हो ।

कारण (R) : सिम्पसन $\frac{1}{3}$ नियम में त्रुटि पद समाकल के चौथे अवकलज के समानुपाती होता है ।

तब

(a) (A) सही है लेकिन (R) सही नहीं है

(b) (A) तथा (R) दोनों सही हैं और (R), (A) की सही व्याख्या करता है

(c) (A) सही नहीं है लेकिन (R) सही है

(d) (A) तथा (R) दोनों सही हैं लेकिन (R), (A) की सही व्याख्या नहीं करता है

82. यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 0 \\ 3 & -5 & 9 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक मान $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ हो, तो $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ बराबर है

(a) 9 (b) 0

(c) 10 (d) 8

83. आंशिक अवकल समीकरण $(D^2 + D'^2 + 2DD')\,z = 0$ का हल है ।

(a) $z = \phi_1(x) + x\phi_2(y - x)$

(b) $z = \phi_1(x) + x\phi_2(y)$

(c) $z = \phi_1(y - x) + x\phi_2(y - x)$

(d) $z = \phi_1(y - x) + x\phi_2(y)$

84. The bilinear transformation, which maps the points $z = 1$, $z = 0$, $z = -1$ of z-plane into $\omega = i$, $\omega = 0$, $\omega = -i$ of ω-plane, respectively is

(a) $\omega = i(z+1)$ (b) $\omega = iz$

(c) $\omega = z$ (d) None of the above

85. The solution of Volterra integral equation $\phi(x) = \frac{1}{(1+x^2)} - \int_0^x \frac{t}{(1+x^2)}\phi(t)dt$ is

(a) $\phi(x) = (1+x^2)^{-3/2}$

(b) $\phi(x) = (1+x^2)^{3/2}$

(c) $\phi(x) = (1-x^2)^{-3/2}$

(d) $\phi(x) = (1-x^2)^{3/2}$

86. The probability of a continuous random variable x is given by $f(x) = \begin{cases} kx^2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$, then the variance of x is

(a) $\frac{1}{25}$ (b) $\frac{1}{50}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) None of these

87. The integral $\int_0 \sin x dx$

(a) exists and equal to 1

(b) exists

(c) does not exist

(d) exists and equal to zero

88. If θ and ϕ are the angles made with a fixed line in space by the tangent and binormal respectively of a space curve, then the value of $\frac{\sin\theta}{\sin\phi}\frac{d\theta}{d\phi}$ is

(where x is the curvature and τ is the torsion of the space curve.)

(a) $-x\tau$ (b) $-\frac{x}{\tau}$

(c) $x\tau$ (d) $\frac{x}{\tau}$

84. द्विरेखीय रूपान्तरण, जो z-तल के बिन्दु $z = 1$, $z = 0$, $z = -1$ को क्रमशः ω-तल के बिन्दु $\omega = i$, $\omega = 0$, $\omega = -i$ में प्रतिचित्रित करता है

(a) $\omega = i(z+1)$ (b) $\omega = iz$

(c) $\omega = z$ (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

85. वोल्टेरा समाकल समीकरण

$\phi(x) = \frac{1}{(1+x^2)} - \int_0^x \frac{t}{(1+x^2)}\phi(t)dt$ का हल है

(a) $\phi(x) = (1+x^2)^{-3/2}$

(b) $\phi(x) = (1+x^2)^{3/2}$

(c) $\phi(x) = (1-x^2)^{-3/2}$

(d) $\phi(x) = (1-x^2)^{3/2}$

86. सतत यादृच्छिक चर x का प्रायिकता फलन दिया गया है

$f(x) = \begin{cases} kx^2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$,

तो x का प्रसरण (वैरिएंस) है

(a) $\frac{1}{25}$ (b) $\frac{1}{50}$

(c) $\frac{1}{4}$ (d) इनमें से कोई नहीं

87. समाकल $\int_0 \sin x dx$ का

(a) अस्तित्व है और एक के बराबर है

(b) अस्तित्व है

(c) अस्तित्व नहीं है

(d) अस्तित्व है और शून्य के बराबर है

88. यदि किसी समष्टि वक्र के स्पर्शी एवं द्वि-अभिलम्ब द्वारा समष्टि में नियत रेखा के साथ बनाये गये कोण क्रमशः θ एवं ϕ हो, तो $\frac{\sin\theta}{\sin\phi}\frac{d\theta}{d\phi}$ का मान है

(जहाँ x समष्टि वक्र की वक्रता एवं τ उसका मरोड़ है।)

(a) $-x\tau$ (b) $-\frac{x}{\tau}$

(c) $x\tau$ (d) $\frac{x}{\tau}$

89. Consider the following statements with reference to Hilbert basis theorem.

1. $\mathbb{Z}$ is a noetherian ring but not an artinian ring
2. $\mathbb{Z}[x]$ is noetherian ring

Select the correct answer from the code given below

Code :

(a) Both 1 and 2 (b) Only 1

(c) Neither 1 nor 2 (d) Only 2

89. हिल्बर्ट आधार प्रमेय के सन्दर्भ में निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिए ।

1. $\mathbb{Z}$ एक नोएथेरियन वलय है किन्तु आर्टिनियन वलय नहीं है ।
2. $\mathbb{Z}[x]$ एक नोएथेरियन वलय है ।

नीचे दिये गये कूट से सही उत्तर को चुनिए :

कूट :

(a) दोनों 1 और 2 (b) केवल 1

(c) न तो 1 न ही 2 (d) केवल 2

90. Let T_1, T_2, T_3 be the transformations defined from R^2 to R^3 as in the List – I. Match List – I with List – II and choose the correct answer using the code given below the list.

List – I	List – II
A. $T_1(x, y) = (x, x, 0)$	1. Linear transformation of rank-2
B. $T_2(x, y) = (x, x - y, y)$	2. Not a linear transformation
C. $T_3(x, y) = (x, x + 1, y)$	3. Linear transformation of rank-1

Code :

(a) A – 3, B – 2, C – 1

(b) A – 3, B – 1, C – 2

(c) A – 1, B – 3, C – 2

(d) A – 1, B – 2, C – 3

90. माना कि T_1, T_2, T_3 सूची – I के अनुसार R^2 से R^3 पर रूपांतरण हैं । सूची – I को सूची – II से सुमेलित कीजिए तथा दिये गये कूट से सही उत्तर चुनिए ।

सूची – I	सूची – II
A. $T_1(x, y) = (x, x, 0)$	1. कोटि-2 का रैखिक रूपांतरण है
B. $T_2(x, y) = (x, x - y, y)$	2. रैखिक रूपांतरण नहीं है
C. $T_3(x, y) = (x, x + 1, y)$	3. कोटि-1 का रैखिक रूपांतरण है

कूट :

(a) A – 3, B – 2, C – 1

(b) A – 3, B – 1, C – 2

(c) A – 1, B – 3, C – 2

(d) A – 1, B – 2, C – 3

91. Five students A, B, C, D and E are given a problem in Mathematics. The probability of them solving the problem are $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ and $\frac{1}{6}$ respectively. What is the probability that if all of them try, the problem would be solved ?

(a) [illegible] (b) $\frac{5}{6}$

(c) [illegible] (d) $\frac{1}{6}$

91. पाँच विद्यार्थी A, B, C, D और E को गणित की एक समस्या दी गई है । उनके द्वारा समस्या हल करने की प्रायिकताएँ क्रमशः $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ और $\frac{1}{6}$ है । क्या प्रायिकता है कि यदि वे सभी प्रयास करें तो समस्या हल हो जाएगी ?

(a) [illegible] (b) $\frac{5}{6}$

(c) [illegible] (d) $\frac{1}{6}$

92. If E_1 and E_2 are measurable subsets of [2, 3] such that $m(E_1) = 1$, then $m(E_1 \cap E_2)$ is equal to

(a) $m(E_1 \cup E_2)$ (b) $m(E_2)$
(c) $m(E_1)$ (d) None of the above

93. Match List – I with List – II and choose the correct answer using the code given below the list.

List – I (Order of the cyclic group)	List – II (Number of Generators)
A. 28	1. 2
B. 4	2. 6
C. 7	3. 12
D. 10	4. 4

Code :
(a) A – 3, B – 1, C – 4, D – 2
(b) A – 2, B – 1, C – 4, D – 3
(c) A – 3, B – 1, C – 2, D – 4
(d) A – 2, B – 1, C – 3, D – 4

94. The missing term in the following table

x	0	1	2	3	4
f(x)	1	3	9	—	81

is
(a) 30 (b) 29
(c) 31 (d) 26

95. Consider the inhomogeneous equation $y'' + P(x)y' + Q(x)y = R(x)$. If $1 + e^{x^2}$, $1 + xe^{x^2}$ and $(1 + x)e^{x^2} - 1$ are the three solutions of the differential equation, then the solution with initial condition $y(0) = 0 = y'(0)$ is

(a) $3\left(e^{x^2} - 1\right)$ (b) $1 - e^{x^2}$
(c) $3\left(e^{x^2} + 1\right)$ (d) $1 + e^{x^2}$

96. If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and $r = |\vec{r}|$, then which one of the following pairs is NOT correctly matched ?

(a) $\nabla^2 r^2$, 6 (b) $\nabla^2 r^n$, $n(n+1)r^{n-2}$
(c) $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)$, 0 (d) $\nabla^2(\log r)$, $\frac{1}{r}$

92. यदि E_1 और E_2, [2, 3] के मेय उपसमुच्चय इस प्रकार है कि $m(E_1) = 1$, तो $m(E_1 \cap E_2)$ बराबर है

(a) $m(E_1 \cup E_2)$ के (b) $m(E_2)$ के
(c) $m(E_1)$ के (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

93. सूची – I को सूची – II से सुमेलित कीजिए तथा नीचे दिये गये कूट से सही उत्तर चुनिये ।

सूची – I (चक्रीय समूह का क्रम)	सूची – II (जनकों की संख्या)
A. 28	1. 2
B. 4	2. 6
C. 7	3. 12
D. 10	4. 4

कूट :
(a) A – 3, B – 1, C – 4, D – 2
(b) A – 2, B – 1, C – 4, D – 3
(c) A – 3, B – 1, C – 2, D – 4
(d) A – 2, B – 1, C – 3, D – 4

94. निम्नलिखित सारिणी में

x	0	1	2	3	4
f(x)	1	3	9	—	81

विलुप्त पद है
(a) 30 (b) 29
(c) 31 (d) 26

95. असमघात समीकरण $y'' + P(x)y' + Q(x)y = R(x)$. पर विचार कीजिये । यदि $1 + e^{x^2}$, $1 + xe^{x^2}$ तथा $(1 + x)e^{x^2} - 1$ उपरोक्त अवकल समीकरण के तीने हल हैं तो प्रारंभिक प्रतिबन्ध $y(0) = 0 = y'(0)$ के साथ हल है

(a) $3\left(e^{x^2} - 1\right)$ (b) $1 - e^{x^2}$
(c) $3\left(e^{x^2} + 1\right)$ (d) $1 + e^{x^2}$

96. यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ और $r = |\vec{r}|$, तब निम्न युग्मों में से कौन-सा युग्म सही सुमेलित नहीं है ?

(a) $\nabla^2 r^2$, 6 (b) $\nabla^2 r^n$, $n(n+1)r^{n-2}$
(c) $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)$, 0 (d) $\nabla^2(\log r)$, $\frac{1}{r}$

97. If g_{ij} and g^{ij} be the components of reciprocal symmetric tensors of the second order, then

(a) $\partial_k \log g = g^{ij}\, \partial_k g_{ij}$

(b) $\partial_k \log g = -g_{ij}\, \partial_k g^{ij}$

(c) Both (a) and (b)

(d) None of these

98. The least absolute pseudo prime number is

(a) 369 (b) 561

(c) 759 (d) 341

99. Given below are two statements, one is labelled as Assertion (A) and other as Reason (R).

Assertion (A) : The radius of curvature of the curve $\vec{r} = (a\cos\theta, a\sin\theta, a\theta\tan\alpha)$ is $a\sec^2\alpha$.

Reason (R) : The radius of curvature of the curve $\vec{r} = \vec{r}(\theta)$ is $\rho = \dfrac{|\dot{\vec{r}}|^3}{|\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|}$

Select the correct answer using the code given below :

Code :

(a) (A) is true but (R) is false

(b) Both (A) and (R) are true and (R) is correct explanation of (A)

(c) (A) is false but (R) is true

(d) Both (A) and (R) are true but (R) is not correct explanation of (A)

100. Let (X, d) be a metric space and let A, B be any two subsets of X. If $\bar{A}$ denotes the closure of A, then the correct statement is

(a) $\overline{A \cup B} \supsetneq \bar{A} \cup \bar{B}$ (b) $\overline{A \cup B} \supseteq \bar{A} \cap \bar{B}$

(c) $\overline{A \cup B} \subsetneq \bar{A} \cup \bar{B}$ (d) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

97. यदि g_{ij} और g^{ij} द्वितीय क्रम के परस्पर सममित प्रदिश के घटक हों, तो

(a) $\partial_k \log g = g^{ij}\, \partial_k g_{ij}$

(b) $\partial_k \log g = -g_{ij}\, \partial_k g^{ij}$

(c) (a) और (b) दोनों

(d) इनमें से कोई नहीं

98. न्यूनतम निरपेक्ष छद्म अभाज्य संख्या है

(a) 369 (b) 561

(c) 759 (d) 341

99. नीचे दो कथन दिये गये हैं जिनमें से एक को अभिकथन (A) और दूसरे को कारण (R) कहा गया है ।

अभिकथन (A) : वक्र $\vec{r} = (a\cos\theta, a\sin\theta, a\theta\tan\alpha)$ की वक्रता त्रिज्या $a\sec^2\alpha$ है ।

कारण (R) : वक्र $\vec{r} = \vec{r}(\theta)$ की वक्रता त्रिज्या है ।

$$\rho = \frac{|\dot{\vec{r}}|^3}{|\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|}$$

नीचे दिए गये कूट से सही उत्तर का चयन कीजिए :

कूट :

(a) (A) सत्य है किन्तु (R) गलत है

(b) (A) और (R) दोनों सत्य हैं और (R), (A) की सही व्याख्या करता है

(c) (A) गलत है किन्तु (R) सत्य है

(d) (A) और (R) दोनों सत्य हैं किन्तु (R), (A) की सही व्याख्या नहीं करता है

100. माना (X, d) एक दूरीक समष्टि है और A, B कोई दो उपसमुच्चय है X के । यदि $\bar{A}$, A के संवृतक को निरूपित करें, तो सही कथन है

(a) $\overline{A \cup B} \supsetneq \bar{A} \cup \bar{B}$ (b) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

(c) $\overline{A \cup B} \subsetneq \bar{A} \cup \bar{B}$ (d) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$