National Testing Agency

Question Paper Name :	Mathematical Sciences 26th Nov 2020 Shift 2
Subject Name :	Mathematical Sciences
Creation Date :	2020-11-26 20:15:48
Duration :	180
Number of Questions :	120
Total Marks :	200
Display Marks:	Yes

Mathematical Sciences

Group Number :	1
Group Id :	8024375
Group Maximum Duration :	0
Group Minimum Duration :	180
Show Attended Group? :	No
Edit Attended Group? :	No
Break time :	0
Group Marks :	200
Is this Group for Examiner? :	No

Part A Mathematical Sciences

Section Id :	80243713
Section Number :	1
Section type :	Online
Mandatory or Optional :	Mandatory
Number of Questions :	20
Number of Questions to be attempted :	15

Section Marks : 30
Mark As Answered Required? : Yes
Sub-Section Number : 1
Sub-Section Id : 80243721
Question Shuffling Allowed : Yes

Question Number : 1 Question Id : 802437491 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

Find the value of $f(0)$ if $f(x+2) = (x+1)^{34} - (x+1)^{33} + 5$.

Options :

8024371961. 5

8024371962. 7

8024371963. 6

8024371964. 72

Question Number : 1 Question Id : 802437491 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

यदि $f(x+2) = (x+1)^{34} - (x+1)^{33} + 5$ है तो $f(0)$ का मान प्राप्त करें।

Options :

8024371961. 5

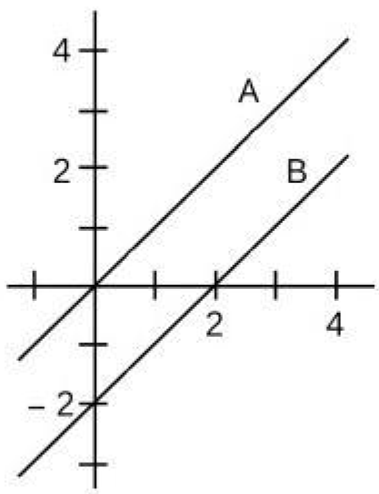
8024371962.

8024371963. 6

8024371964. 72

Question Number : 2 Question Id : 802437492 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

The shortest distance between the parallel lines A and B in the following figure is



Options :

8024371965.

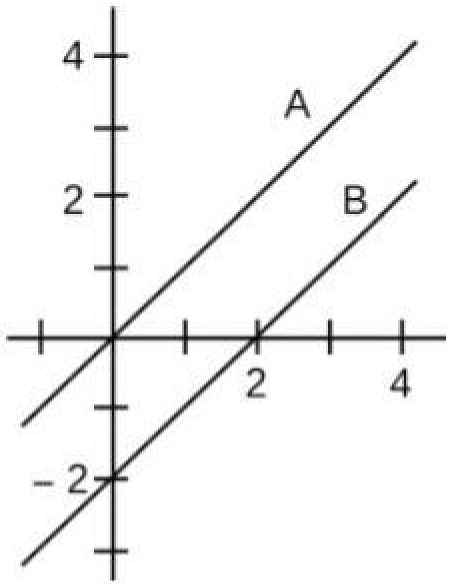
8024371966. 2

8024371967. $2\sqrt{2}$

8024371968. $2\sqrt{3}$

Question Number : 2 Question Id : 802437492 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

निम्नांकित चित्र में दो समांतर रेखाओं A और B के बीच की न्यूनतम दूरी ... है।



Options :

8024371965. $\sqrt{2}$

8024371966. 2

8024371967. $2\sqrt{2}$

8024371968. $2\sqrt{3}$

Question Number : 3 Question Id : 802437493 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

Two varieties A and B of rice cost Rs. 30 and Rs. 90 per kg, whereas two varieties C and D of pulses, Rs. 100 and Rs. 120 per kg, respectively. If at least one kg each of A and B and at least half a kg each of C and D have to be purchased, then the minimum and maximum costs of a total of 5 kg of these provisions are, respectively

Options :

8024371969. Rs. 150 and Rs. 600

8024371970. Rs. 260 and Rs. 530

8024371971. Rs. 290 and Rs. 470

8024371972. Rs. 370 and Rs. 460

Question Number : 3 Question Id : 802437493 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

दो किस्म के चावलों A और B की कीमत क्रमशः रु. 30 और रु. 90 प्रति किलोग्राम है। जबकि दो किस्म की दालों C और D की कीमत क्रमशः रु. 100 और रु. 120 प्रति किलोग्राम है। यदि कम से कम एक किलोग्राम A एवं एक किलोग्राम B तथा आधा किलोग्राम C एवं आधा किलोग्राम D खरीदे जानें हों, तो 5 किलोग्राम खाद्य सामग्री की न्यूनतम और अधिकतम कीमत क्रमशः ... . हैं।

Options :

8024371969. रु. 150 और रु. 600

8024371970. रु. 260 और रु. 530

8024371971. रु. 290 और रु. 470

8024371972. रु. 370 और रु. 460

Question Number : 4 Question Id : 802437494 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

One of four suspects A, B, C and D has committed a crime. A and D are always truthful, and B and C are always untruthful. C and D are identical twins and the interrogator does not know who is who. If A says, "D is innocent", B says, "A is guilty" and among C and D one says, "A is innocent" and the other says, "B is guilty", then which of the following is FALSE?

Options :

8024371973. D said "A is innocent"

8024371974. D is innocent

8024371975. B is innocent

8024371976. C is innocent

Question Number : 4 Question Id : 802437494 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

चार संदिग्ध व्यक्तियों A, B, C एवं D में से एक ने अपराध किया है। A और D हमेशा सच बोलते हैं, तथा B और C हमेशा झूठ बोलते हैं। C और D समरूपीय जुड़वाँ हैं और प्रश्नकर्ता नहीं जानता कि कौन-कौन है। यदि A कहता है, “D निर्दोष है”, B कहता है, “A अपराधी है” और C और D में से एक कहता है, “A निर्दोष है” और दूसरा कहता है “B अपराधी है”, तो निम्न में से कौन सा असत्य है?

Options :

8024371973. D ने कहा “A निर्दोष है”

8024371974. D निर्दोष है

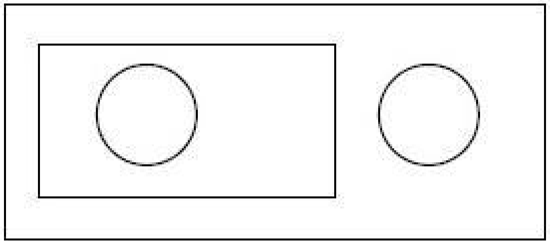
8024371975. B निर्दोष है

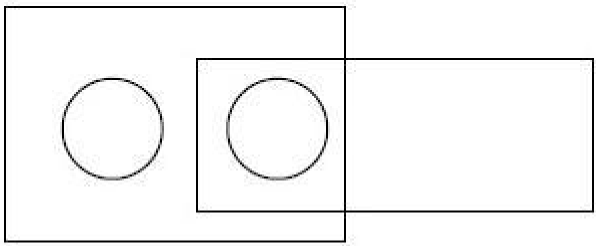
8024371976. C निर्दोष है

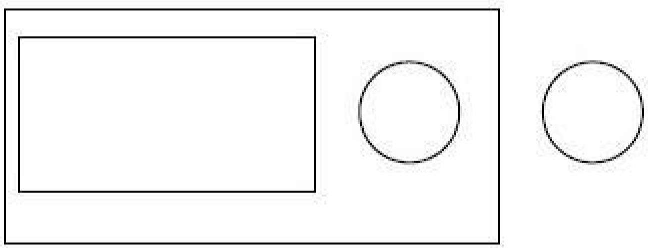
Question Number : 5 Question Id : 802437495 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

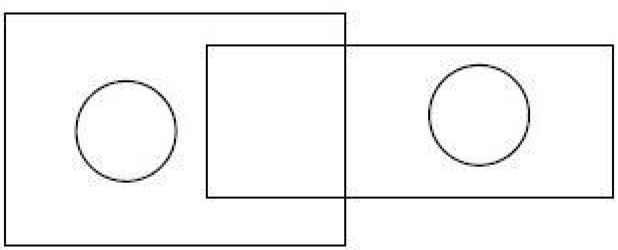
Which is an appropriate diagram to represent the relations between the following categories: quadruped, mammal, whale, house lizard?

Options :

8024371977. 

8024371978. 

8024371979. 

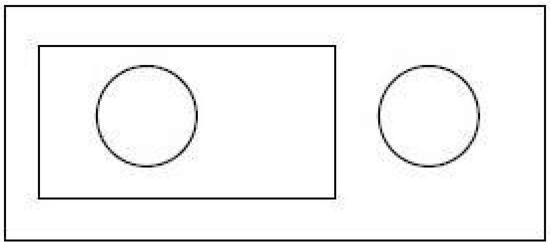
8024371980. 

Question Number : 5 Question Id : 802437495 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

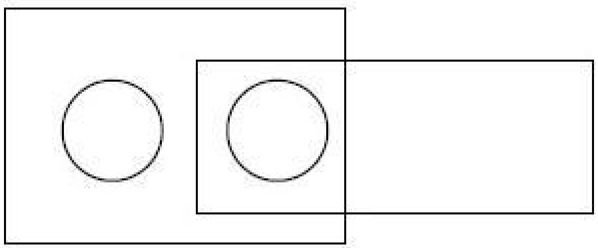
Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

निम्न में से कौन-सा चित्र इन दिए गए चार वर्गों के परस्पर संबंधों को दर्शाने के लिए उपयुक्त है: चौपाए जंतु, स्तनधारी जंतु, व्हेल, घर की छिपकली ?

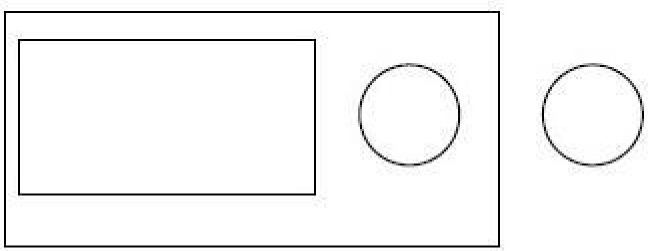
Options :



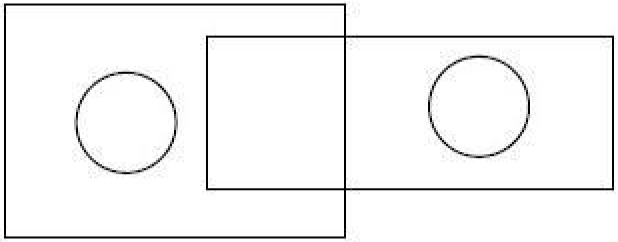
8024371977.



8024371978.



8024371979.



8024371980.

Question Number : 6 Question Id : 802437496 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

A 7 m long tube having inner diameter of 2 cm is filled with water. The water is then poured into a cylindrical bucket having inner base area of 200 cm^2. What will be the approximate height (in cm) of water in the bucket?

Options :

8024371981. 22

8024371982. 44

8024371983. 9

8024371984. 11

Question Number : 6 Question Id : 802437496 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक 7 मी लम्बी और 2 सेमी आंतरिक व्यास वाली नली पानी से भरी है। इस पानी को एक बेलनाकार बाल्टी, जिसका आंतरिक आधारीय क्षेत्रफल 200 सेमी^{2} है, में डाला जाता है। बाल्टी में पानी की ऊँचाई (सेमी में) लगभग कितनी होगी?

Options :

8024371981. 22

8024371982. 44

8024371983. 9

8024371984. 11

Question Number : 7 Question Id : 802437497 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

Water is being filled in a cone from the top at a constant volumetric rate. The rate of increase of the height of the water column

Options :

8024371985. is linearly dependent on time.

8024371986. depends on the apex angle of the cone.

8024371987.

8024371988. increases as square-root of the volumetric rate.

Question Number : 7 Question Id : 802437497 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक शंकु में, एक स्थिर आयतनी दर से, ऊपर से पानी भरा जा रहा है। पानी की ऊँचाई में वृद्धि की दर

Options :

8024371985. समय पर रैखिक रूप से निर्भर करती है।

8024371986. शंकु के किरणपुंज (शीर्ष) कोण पर निर्भर करती है।

8024371987. आयतनी दर के घनमूल से बढ़ती है।

8024371988. आयतनी दर के वर्गमूल से बढ़ती है।

Question Number : 8 Question Id : 802437498 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

Options :

8024371989. 1/3

8024371990. 56/81

8024371991. 25/81

8024371992. 2/3

Question Number : 8 Question Id : 802437498 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक वर्गाकार बोर्ड रेखांकन द्वारा 9 छोटे समरूप वर्गों में विभाजित किया गया है।
तीन गोलियाँ बोर्ड पर यादृच्छिक रूप से दागी गयीं। कम से कम 2 गोलियों के एक ही छोटे वर्ग में लगने की प्रायिकता .... है।

Options :

8024371989. 1/3

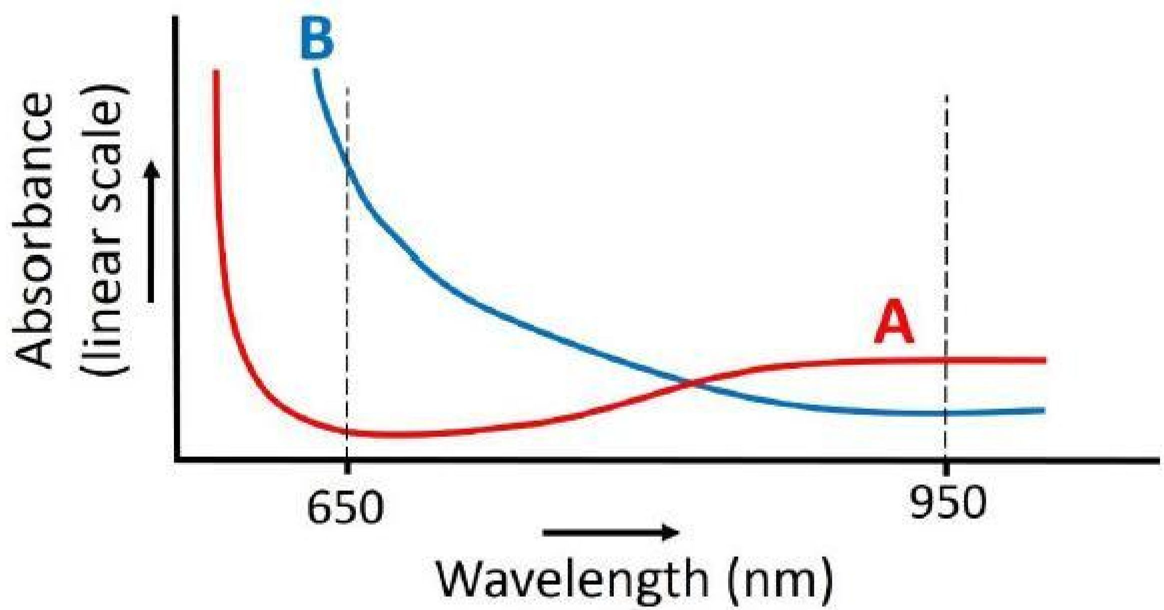
8024371990. 56/81

8024371991.

8024371992.

Question Number : 9 Question Id : 802437499 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

The wavelength dependant absorbance of two compounds, A and B, is shown. Absorbance of mixture is a linear function of the concentration of the two compounds. R is defined as a ratio of absorbance at 650 nm to the absorbance at 950 nm.



If the mixture contains 95% of compound A then *R* must be

Options :

8024371993.

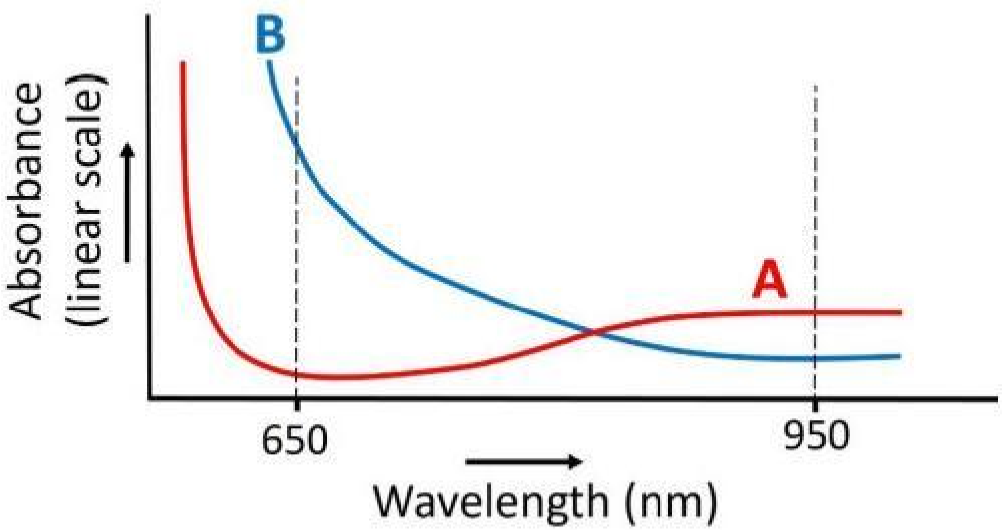
8024371994.

8024371995. 1

8024371996. less than 1

Question Number : 9 Question Id : 802437499 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

दो यौगिकों, A एवं B, के तरंग दैर्ध्य निर्भर अवशोषणांक दिखाए गए हैं। मिश्रण का अवशोषणांक दोनों यौगिकों की सांद्रता का रैखिक फलन है। R को 650 नैनो मी. पर अवशोषणांक का 950 नैनो मी. अवशोषणांक के अनुपात के रूप में परिभाषित किया गया है।



यदि मिश्रण में 95% यौगिक A है तो R को .... होना चाहिए।

Options :

8024371993. 95

8024371994. 5

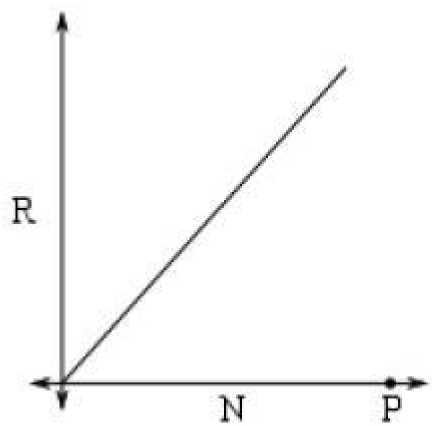
8024371995.

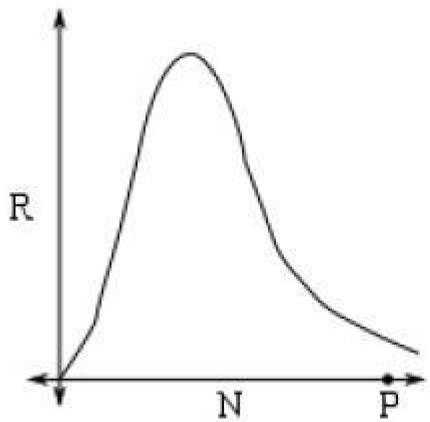
8024371996. 1 से कम

Question Number : 10 Question Id : 802437500 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

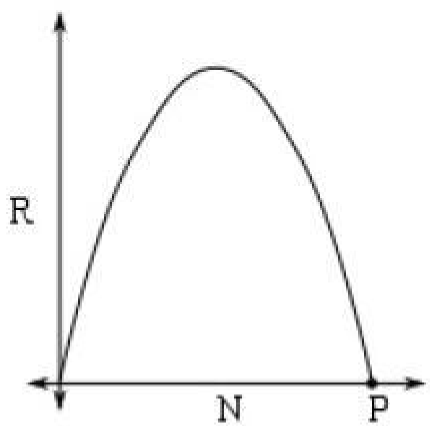
An epidemic is spreading in a population of size P. The rate of spread R of the disease at a given time is proportional to both, the number of people affected by the disease (N), and the number of people not yet affected by the disease. Which of the following graphs of R *vs* N is correct?

Options :

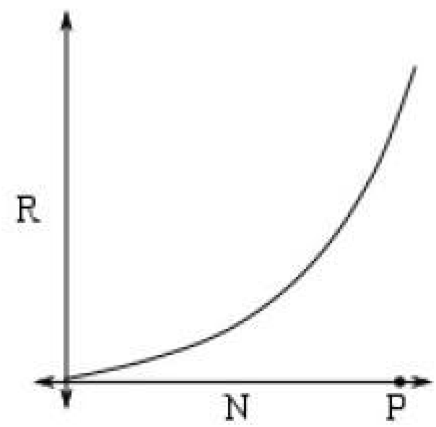
8024371997. 



8024371998.



8024371999.

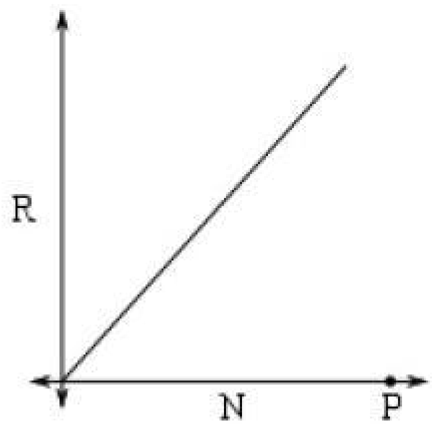


8024372000.

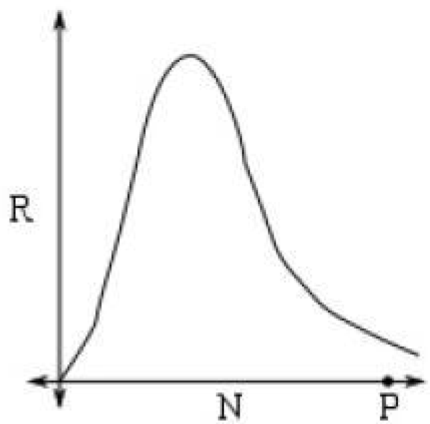
Question Number : 10 Question Id : 802437500 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक महामारी एक P आकार की जनसंख्या में फैल रही है। बीमारी के फैलने की दर R एक दिए गए समय पर, संक्रमित लोगों की संख्या (N), और तब तक संक्रमित नहीं हुए लोगों की संख्या, दोनों के समानुपाती है। निम्न में से कौन-सा R बनाम N ग्राफ़ सही है?

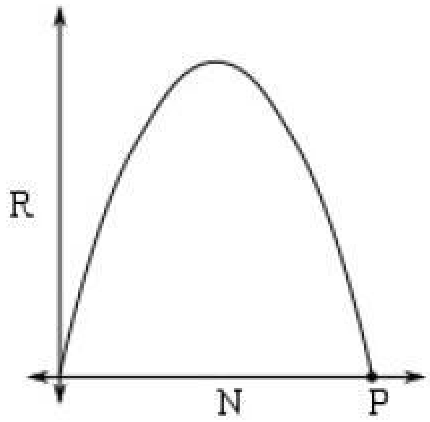
Options :



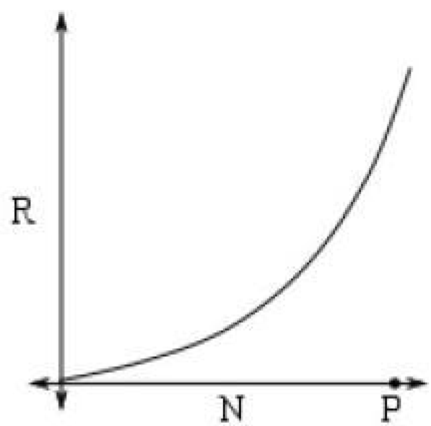
8024371997.



8024371998.



8024371999.



8024372000.

Question Number : 11 Question Id : 802437501 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

A and B complete a work in 30 days. B and C complete the same work in 24 days whereas C and A complete the same work in 28 days. Based on these statements which of the following conclusions is correct?

Options :

8024372001.

8024372002. B is the most efficient but, the least efficient one cannot be determined.

8024372003. C is the most efficient but, the least efficient one cannot be determined.

8024372004. C is the most efficient and A is the least efficient.

Question Number : 11 Question Id : 802437501 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

A और B एक काम को 30 दिनों में पूरा करते हैं। B और C उसी काम को 24 दिनों में पूरा करते हैं जबकि C और A उसी काम को 28 दिनों में पूरा करते हैं। इन कथनों के आधार पर निम्न में से कौन-सा निष्कर्ष सही है?

Options :

8024372001. C सबसे अधिक कुशल है और B सबसे कम कुशल।

8024372002.

8024372003. C सबसे अधिक कुशल है, और सबसे कम कुशल व्यक्ति की पहचान नहीं की जा सकती ।

8024372004. C सबसे अधिक कुशल है और A सबसे कम कुशल ।

Question Number : 12 Question Id : 802437502 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

Clock A loses 4 minutes every hour, clock B always shows the correct time and clock C gains 3 minutes every hour. On a Monday, all the three clocks showed the same time, 8 pm. On the following Wednesday, when the clock C shows 2 pm, what time will clock A show?

Options :

8024372005. 7: 20 am

8024372006. 8: 40 am

8024372007. 9:20 am

8024372008. 10:40 am

Question Number : 12 Question Id : 802437502 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

घड़ी A प्रत्येक एक घंटे में 4 मिनट पीछे हो जाती है, घड़ी B हमेशा सही समय दिखाती है, जबकि घड़ी C प्रत्येक एक घंटे में 3 मिनट आगे हो जाती है। एक सोमवार तीनों घड़ियाँ एक ही समय 8 pm दिखाती हैं। उसके बाद आने वाले बुधवार को जब घड़ी C 2 pm दिखाती है तो घड़ी A क्या समय दिखाएगी ?

Options :

8024372005. 7: 20 am

8024372006. 8: 40 am

8024372007. 9:20 am

8024372008.

Question Number : 13 Question Id : 802437503 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

In a class, there is one pencil for every two students, one eraser for every three students, and one ruler for every four students. If the total number of these stationery items required is 65, how many students are present in the class?

Options :

8024372009. 55

8024372010. 60

8024372011. 65

8024372012. 70

Question Number : 13 Question Id : 802437503 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक कक्षा में, प्रत्येक दो विद्यार्थियों के बीच एक पेन्सिल, प्रत्येक तीन विद्यार्थियों के बीच एक रबड़ एवं प्रत्येक चार विद्यार्थियों के बीच एक मापिका है। यदि इन लेखन-सामानों की कुल संख्या 65 की जरूरत है तो कक्षा में कितने विद्यार्थी उपस्थित हैं?

Options :

8024372009. 55

8024372010.

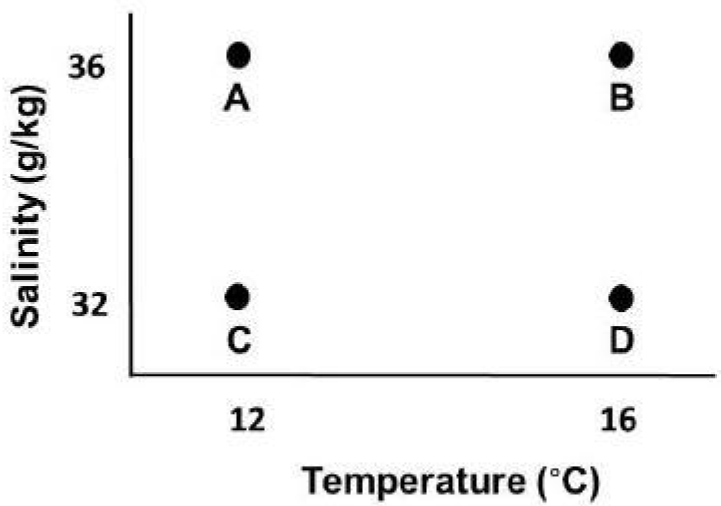
8024372011. 65

8024372012. 70

Question Number : 14 Question Id : 802437504 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

The figure shows temperature and salinity of four samples of water.

Which one of the samples has the highest density?



Options :

8024372013. A

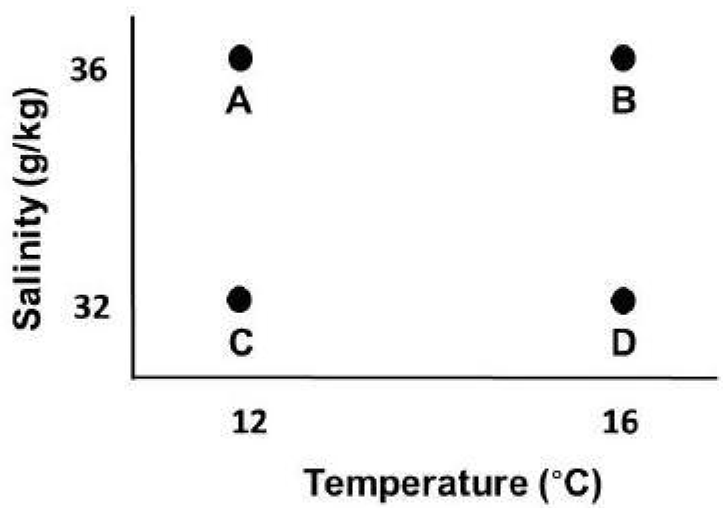
8024372014.

8024372015. C

8024372016. D

Question Number : 14 Question Id : 802437504 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

दिया गया चित्र पानी के चार नमूनों का तापमान (Temperature) और लवणता (Salinity) दर्शाता है। इनमें से किस नमूने का घनत्व अधिकतम है ?



Options :

8024372013.

8024372014. B

8024372015. C

8024372016. D

Question Number : 15 Question Id : 802437505 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

The given table shows the numbers of active and recovered cases of a certain disease. Assuming that the linear trend for both continues, on which day will recovered cases be twice that of the active cases?

Day	0	1	4	7	10
Active cases	990	1000	1030	1060	1090
Recovered cases	760	800	920	1040	1160

Options :

8024372017. 61

8024372018.

8024372019. 63

8024372020. 64

Question Number : 15 Question Id : 802437505 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

दी गई तालिका में किसी बीमारी से पीड़ित हुए सक्रिय एवं स्वस्थ होने वाले मामलों की संख्या दी गई है। यह मानते हुए कि दोनों की रैखिक प्रवृत्ति जारी रहती है, किस दिन स्वस्थ होने वाले मामलों की संख्या सक्रिय मामलों से दो गुनी हो जाएगी ?

दिन	0	1	4	7	10
सक्रिय मामले	990	1000	1030	1060	1090
स्वस्थ हुए मामले	760	800	920	1040	1160

Options :

8024372017. 61

8024372018.

8024372019. 63

8024372020. 64

Question Number : 16 Question Id : 802437506 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

A boat weighs 60 kg, and oarsmen A and B weigh 80 and 90 kg, respectively. Rowing at a constant power, the time required to complete a course is proportional to the total weight. Rowing alone, A and B complete the course in 1 and 1½ hours, respectively. Assuming that their powers add up, how long will they take to complete the course if they row together?

Options :

8024372021. 49.4 min

8024372022. 57.5 min

8024372023. 62.6 min

8024372024.

Question Number : 16 Question Id : 802437506 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक नाव का भार 60 किलोग्राम और नाविकों A और B का भार क्रमशः 80 और 90 किलोग्राम है। एक स्थिर शक्ति से नाव खेते हुए एक जलमार्ग को पूरा करने का समय कुल भार के अनुपाती है। अकेले नाव खेते हुए A और B क्रमशः 1 और 1½ घंटे में जलमार्ग पूरा करते हैं। यह मानते हुए उनकी शक्तियाँ जुड़ जाती हैं, दोनों मिलकर यदि नाव खेते हैं तो जलमार्ग को पूरा करने में कितना समय लेंगे ?

Options :

8024372021. 49.4 मिनट

8024372022. 57.5 मिनट

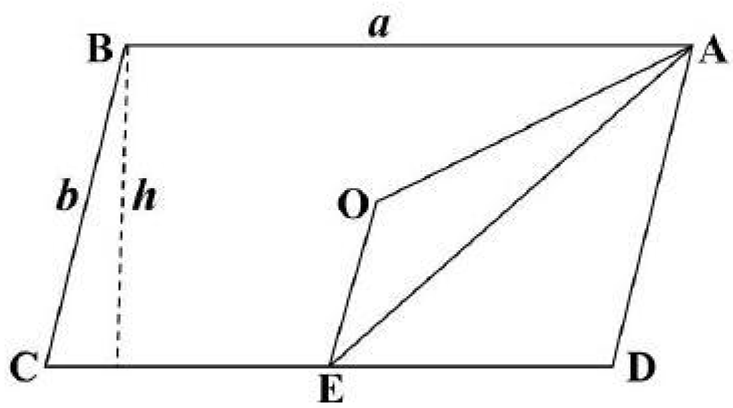
8024372023. 62.6 मिनट

8024372024. 72.5 मिनट

Question Number : 17 Question Id : 802437507 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

Consider a parallelogram ABCD with centre O and E as the midpoint of side CD. The area of the triangle OAE, is



Options :

8024372025. $\frac{1}{5}ah$

8024372026. $\frac{1}{6}ah$

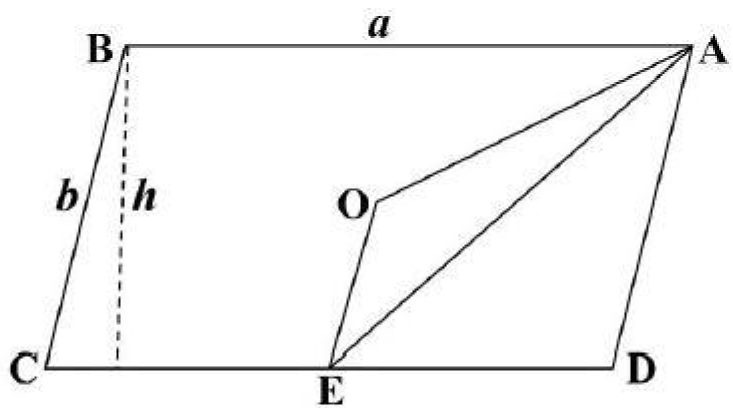
8024372027. $\frac{1}{8}ah$

8024372028. $\frac{1}{7}ah$

Question Number : 17 Question Id : 802437507 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक समांतर चतुर्भुज ABCD का केंद्र बिंदु O तथा भुजा CD का मध्य बिंदु E है। त्रिभुज

OAE का क्षेत्रफल .... है।



Options :

8024372025. $\frac{1}{5}ah$

8024372026. $\frac{1}{6}ah$

8024372027. $\frac{1}{8}ah$

8024372028.

Question Number : 18 Question Id : 802437508 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

The sum of the first n even numbers is

Options :

8024372029. divisible by n and not by $(n+1)$

8024372030. divisible by $(n+1)$ and not by n

8024372031. divisible by both n and $(n+1)$

8024372032. neither divisible by n nor by $(n+1)$

Question Number : 18 Question Id : 802437508 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

प्रथम n सम संख्याओं का योग

Options :

8024372029. n से विभाज्य है पर $(n+1)$ से नहीं

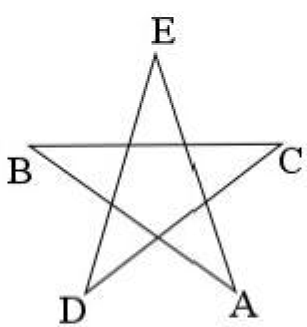
8024372030.

8024372031. n और $(n+1)$ दोनों से विभाज्य है

8024372032. न ही n से और न ही $(n+1)$ से विभाज्य है

Question Number : 19 Question Id : 802437509 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

A, B, C, D and E are the vertices of a regular pentagon as shown in the figure.



The angle ∠ABC is

Options :

8024372033.

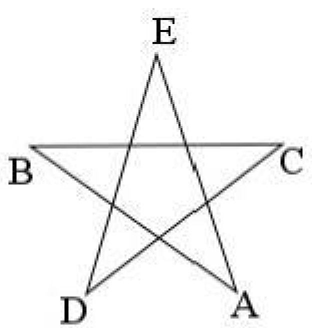
8024372034. 72°

8024372035. 54°

8024372036. 36°

Question Number : 19 Question Id : 802437509 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

A, B, C, D एवं E एक सम पंचभुज के शीर्ष हैं जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।



कोण ∠ABC .... है

Options :

8024372033.

8024372034. 72°

8024372035. 54°

8024372036. 36°

Question Number : 20 Question Id : 802437510 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

On a 200 m long straight road, maximum number of poles are fixed at 20 m interval. How many of these poles should be removed in order to have maximum number of poles at an interval of 40 m on the road?

Options :

8024372037. 8

8024372038. 6

8024372039. 5

8024372040. 4

Question Number : 20 Question Id : 802437510 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 2 Wrong Marks : 0.5

एक 200 मी. लंबी सीधी सड़क पर 20 मी. के अंतराल पर अधिकतम संख्या में खंभे लगे हैं । इनमें से, इस सड़क पर 40 मी. के अंतराल में अधिकतम संख्या में खंभे रखने के लिए कितने खंभे हटाए जाने चाहिए?

Options :

8024372037. 8

8024372038. 6

8024372039. 5

8024372040. 4

Part B Mathematical Sciences

Section Id :	80243714
Section Number :	2
Section type :	Online
Mandatory or Optional :	Mandatory
Number of Questions :	40
Number of Questions to be attempted :	25

Section Marks :	75
Mark As Answered Required? :	Yes
Sub-Section Number :	1
Sub-Section Id :	80243722
Question Shuffling Allowed :	Yes

Question Number : 21 Question Id : 802437511 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let $\{E_n\}$ be a sequence of subsets of $\mathbb{R}$.

Define

$$\limsup_n E_n = \bigcap_{k=1}^{\infty} \bigcup_{n=k}^{\infty} E_n$$

$$\liminf_n E_n = \bigcup_{k=1}^{\infty} \bigcap_{n=k}^{\infty} E_n$$

Which of the following statements is true?

Options :

8024372041. $\limsup_n E_n = \liminf_n E_n$

8024372042. $\limsup_n E_n = \{x : x \in E_n \text{ for some } n\}$

8024372043.

8024372044. $\liminf_{n} E_n = \{x: x \in E_n \text{ for infinitely many } n\}$

Question Number : 21 Question Id : 802437511 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

$\{E_n\}$ को $\mathbb{R}$ के उपसमुच्चयों का अनुक्रम मानें।

मानें कि

$$\limsup_{n} E_n = \bigcap_{k=1}^{\infty} \bigcup_{n=k}^{\infty} E_n$$

$$\liminf_{n} E_n = \bigcup_{k=1}^{\infty} \bigcap_{n=k}^{\infty} E_n$$

निम्न कथनों में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372041. $\limsup_{n} E_n = \liminf_{n} E_n$

8024372042.

$$\liminf_{n} E_n = \{x : x \in E_n \text{ परिमितानेक } n \text{ के अतिरिक्त सब के लिए}\}$$

8024372043.

$$liminf_{n}\, E_n = \{x : x \in E_n \text{ अनंत: बहु } n \text{ के लिए}\}$$

8024372044.

Question Number : 22 Question Id : 802437512 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ be a bounded function. Which of the following statements is NOT true?

Options :

$$\limsup_{n\to\infty} f(n) \in \mathbb{N}$$

8024372045.

$$\liminf_{n\to\infty} f(n) \in \mathbb{N}$$

8024372046.

$$\liminf_{n\to\infty}(f(n) + n) \in \mathbb{N}$$

8024372047.

8024372048.

Question Number : 22 Question Id : 802437512 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

$f:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{N}$ को परिबद्ध फलन मानें। तब निम्न में से कौन-सा कथन सत्य नहीं है?

Options :

8024372045. $\limsup_{n\rightarrow\infty} f(n) \in \mathbb{N}$

8024372046. $\liminf_{n\rightarrow\infty} f(n) \in \mathbb{N}$

8024372047. $\liminf_{n\rightarrow\infty}(f(n)+n) \in \mathbb{N}$

8024372048. $\limsup_{n\rightarrow\infty} (f(n)+n) \notin \mathbb{N}$

Question Number : 23 Question Id : 802437513 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Which of the following statements is true?

Options :

8024372049.

There are at most finitely many continuous surjective maps from $\mathbb{R}^2$ to $\mathbb{R}$.

8024372050.

There are infinitely many continuous injective maps from $\mathbb{R}^2$ to $\mathbb{R}$.

8024372051.

There are no continuous bijective maps from $\mathbb{R}^2$ to $\mathbb{R}$.

8024372052.

Question Number : 23 Question Id : 802437513 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

निम्न में से कौन-सा वक्तव्य सत्य है?

Options :

$\mathbb{R}^2$ से $\mathbb{R}$ तक अधिक से अधिक गणनीयत: बहुत संतत प्रतिचित्र हैं।

8024372049.

$\mathbb{R}^2$ से $\mathbb{R}$ तक अधिक से अधिक परिमितानेक संतत आच्छादी प्रतिचित्र हैं।

8024372050.

$\mathbb{R}^2$ से $\mathbb{R}$ तक अनंत: बहु संतत एकैकी प्रतिचित्र हैं।

8024372051.

8024372052.

Question Number : 24 Question Id : 802437514 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

The series

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin nx}{n^{\log_e n}}, \qquad x \in \mathbb{R}$$

converges

Options :

8024372053. only for $x = 0$

8024372054. uniformly only for $x \in [-\pi, \pi]$

8024372055. uniformly only for $x \in \mathbb{R} \setminus \{n\pi : n \in \mathbb{Z}\}$

8024372056. uniformly for all $x \in \mathbb{R}$

Question Number : 24 Question Id : 802437514 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

श्रेणी

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin nx}{n^{\log_e n}}, \qquad x \in \mathbb{R}$$

अभिसरित होती है

Options :

8024372053. केवल $x = 0$ के लिए

8024372054. एक समान रूप से केवल $x \in [-\pi, \pi]$ के लिए

8024372055. एक समान रूप से केवल $x \in \mathbb{R} \backslash \{n\pi : n \in \mathbb{Z}\}$ के लिए

8024372056. एक समान रूप से सभी $x \in \mathbb{R}$ के लिए

Question Number : 25 Question Id : 802437515 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Given $(a_n)_{n\geq 1}$a sequence of real numbers, which of the following statements is true?

Options :

8024372057.

There is a subsequence $(a_{n_k})_{k\geq 1}$ such that $\sum_{k\geq 1} \frac{a_{n_k}}{1+\ |a_{n_k}|}$ converges

8024372058.

There is a number b such that $\sum_{n\geq 1} \left|b - \frac{a_n}{1+\ |a_n|}\right| (-1)^n$converges

8024372059.

There is a number b and a subsequence $(a_{n_k})_{k\geq 1}$ such that

$\sum_{k\geq 1} \left|b - \frac{a_{n_k}}{1+\ |a_{n_k}|}\right|$ converges

8024372060.

Question Number : 25 Question Id : 802437515 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

यदि $(a_n)_{n\geq 1}$ वास्तविक संख्याओं का अनुक्रम हो तो निम्न में से कौन-सा कथन सत्य है?

Options :

$\sum_{n\geq 1} (-1)^n \frac{a_n}{1+\ |a_n|}$ अभिसरित होता है

8024372057.

कोई उपानुक्रम$(a_{n_k})_{k\geq 1}$ ऐसा है कि $\sum_{k\geq 1} \frac{a_{n_k}}{1+\ |a_{n_k}|}$ अभिसरित होता है

8024372058.

ऐसी एक संख्या b है कि $\sum_{n\geq 1} \left| b - \frac{a_n}{1+\ |a_{n_k}|} \right| (-1)^n$ अभिसरित होता है

8024372059.

कोई संख्या b तथा उपानुक्रम $(a_{n_k})_{k\geq 1}$ ऐसे है कि $\sum_{k\geq 1} \left| b - \frac{a_{n_k}}{1+\ |a_{n_k}|} \right|$

अभिसरित होता है

8024372060.

Question Number : 26 Question Id : 802437516 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Given f, g are continuous functions on $[0,1]$ such that $f(0) = f(1) = 0$; $g(0) = g(1) = 1$ and $f(1/2) > g(1/2)$. Which of the following statements is true?

Options :

There is no $t \in [0,1]$ such that $f(t) = g(t)$

8024372061.

There is exactly one $t \in [0,1]$ such that $f(t) = g(t)$

8024372062.

8024372063.

8024372064. There are always infinitely many $t \in [0,1]$ such that $f(t) = g(t)$

Question Number : 26 Question Id : 802437516 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि [0,1] पर f, g संतत फलन हैं इस तरह कि $f(0) = f(1) = 0;\ g(0) = g(1) = 1$ तथा $f(1/2) > g(1/2)$ । निम्न कथनों में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372061. ऐसा कोई $t \in [0,1]$ नहीं हैं कि $f(t) = g(t)$ हो

8024372062. ऐसा दृढ़त: एक $t \in [0,1]$ हैं कि $f(t) = g(t)$ हो

8024372063. ऐसे कम से कम दो $t \in [0,1]$ हैं कि $f(t) = g(t)$ हो

8024372064. सदा ऐसे अनंत: बहु $t \in [0,1]$ हैं कि $f(t) = g(t)$ हो

Question Number : 27 Question Id : 802437517 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Options :

8024372065. rank $A \leq r$

8024372066. If $r = 0$, then rank $A < n - 1$

8024372067. rank $A \geq r$

8024372068. A^2 has r distinct nonzero eigenvalues

Question Number : 27 Question Id : 802437517 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि A एक $n \times n$ आव्यूह है जिसके सभी शून्येतर अभिलक्षणिक मानों के समुच्चय में r अवयव हैं। तब निम्न में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372065. कोटि (रैंक) $A \leq r$

8024372066. यदि $r = 0$, तब कोटि (रैंक) $A < n - 1$

8024372067.

8024372068. A^2 के r भिन्न शून्येतर अभिलक्षणिक मान हैं।

Question Number : 28 Question Id : 802437518 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let A and B be 2×2 matrices. Then which of the following is true?

Options :

8024372069. $\det(A+B) + \det(A-B) = \det A + \det B$

8024372070. $\det(A+B) + \det(A-B) = 2\det A - 2\det B$

8024372071. $\det(A+B) + \det(A-B) = 2\det A + 2\det B$

8024372072. $\det(A+B) - \det(A-B) = 2\det A - 2\det B$

Question Number : 28 Question Id : 802437518 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

A तथा B को 2×2 के आव्यूह मानें। तब निम्न में से कौन-से सत्य है?

Options :

8024372069.

8024372070. $\det(A+B)+\det(A-B)=2\det A-2\det B$

8024372071. $\det(A+B)+\det(A-B)=2\det A+2\det B$

8024372072. $\det(A+B)-\det(A-B)=2\det A-2\det B$

Question Number : 29 Question Id : 802437519 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

If $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, then A^{20} equals

Options :

8024372073. $\begin{pmatrix}41 & 40\\ -40 & -39\end{pmatrix}$

8024372074. $\begin{pmatrix}41 & -40\\ 40 & -39\end{pmatrix}$

8024372075. $\begin{pmatrix}41 & -40\\ -40 & -39\end{pmatrix}$

8024372076.

Question Number : 29 Question Id : 802437519 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

यदि $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, तब A^{20} के बराबर है

Options :

8024372073. $\begin{pmatrix} 41 & 40 \\ -40 & -39 \end{pmatrix}$

8024372074. $\begin{pmatrix} 41 & -40 \\ 40 & -39 \end{pmatrix}$

8024372075. $\begin{pmatrix} 41 & -40 \\ -40 & -39 \end{pmatrix}$

8024372076. $\begin{pmatrix} 41 & 40 \\ 40 & -39 \end{pmatrix}$

Question Number : 30 Question Id : 802437520 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Options :

8024372077. 2

8024372078. 10

8024372079. 9

8024372080. 7

Question Number : 30 Question Id : 802437520 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

यदि A को 2×2 वास्तविक आव्यूह मानें जिसके लिए $\det A = 1$ तथा अनुरेख (ट्रेस) $A = 3$ हो तो अनुरेख (ट्रेस) A^2 का मान क्या है ?

Options :

8024372077. 2

8024372078. 10

8024372079. 9

8024372080.

Question Number : 31 Question Id : 802437521 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

For $a, b \in \mathbb{R}$, let

$p(x,y) = a^2x_1y_1 + abx_2y_1 + abx_1\,y_2 + b^2x_2y_2\,,\ x = (x_1\,,x_2\,), y = (y_1\,,y_2\,) \in \mathbb{R}^2$.

For what values of a and b does $p: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ define an inner product?

Options :

8024372081. $a > 0, b > 0$

8024372082. $ab > 0$

8024372083. $a = 0,\ \ b = 0$

8024372084. For no values of a, b

Question Number : 31 Question Id : 802437521 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

यदि $a, b \in \mathbb{R}$ हों और मानें कि

$$p(x,y) = a^2 x_1 y_1 + ab x_2 y_1 + ab x_1 y_2 + b^2 x_2 y_2,\ x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2.$$

तब a तथा b के किन मानों के लिए, $p: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ आंतरिक गुणनफल को परिभाषित करता है?

Options :

8024372081. $a > 0, b > 0$

8024372082. $ab > 0$

8024372083. $a = 0,\ b = 0$

8024372084. a तथा b के किसी मान के लिए नहीं

Question Number : 32 Question Id : 802437522 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Which of the following real quadratic forms on $\mathbb{R}^2$ is positive definite?

Options :

8024372085. $Q(X,Y) = XY$

8024372086.

$Q(X,Y) = X^2 + 2XY + Y^2$

8024372087.

$Q(X,Y) = X^2 + XY$

8024372088.

Question Number : 32 Question Id : 802437522 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

निम्न में से कौन-सा वास्तविक द्विघाती रूप $\mathbb{R}^2$ पर धनात्मक निश्चित है?

Options :

$Q(X,Y) = XY$

8024372085.

$Q(X,Y) = X^2 - XY + Y^2$

8024372086.

$Q(X,Y) = X^2 + 2XY + Y^2$

8024372087.

$Q(X,Y) = X^2 + XY$

8024372088.

Sub-Section Number :	2
Sub-Section Id :	80243723
Question Shuffling Allowed :	Yes

Question Number : 33 Question Id : 802437523 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let γ be the positively oriented circle in the complex plane given by $\{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 1\}$. Then

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma} \frac{dz}{z^3 - 1} \text{ equals}$$

Options :

8024372089. 3

8024372090. 1/3

8024372091. 2

8024372092. 1/2

Question Number : 33 Question Id : 802437523 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

γ को $\{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 1\}$ से दिए जाने वाले सम्मिश्र समतल में धनात्मक रूप से अभिविन्यस्त वृत्त मान लें। तब $\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma} \frac{dz}{z^3-1}$ निम्न के बराबर है

Options :

8024372089.

8024372090. 1/3

8024372091. 2

8024372092. 1/2

Question Number : 34 Question Id : 802437524 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

For a positive integer p, consider the holomorphic function

$f(z) = \frac{\sin z}{z^p}$ for $z \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$.

For which values of p does there exist a holomorphic function $g : \mathbb{C}\backslash\{0\} \to \mathbb{C}$ such that $f(z) = g'(z)$ for $z \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$?

Options :

8024372093. All even integers

8024372094. All odd integers

8024372095. All multiples of 3

8024372096.

Question Number : 34 Question Id : 802437524 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

किसी धनात्मक पूर्णांक p के लिए निम्न सममितीय (होलोमॉर्फिक) फलन पर विचार करें

$f(z) = \frac{\sin z}{z^p}, z \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$ के लिए

p के किन मानों के लिए ऐसा सममितीय (होलोमॉर्फिक) फलन $g : \mathbb{C}\backslash\{0\} \to \mathbb{C}$ है कि $f(z) = g'(z)$ सभी $z \in \mathbb{C}\backslash\{0\}$ के लिए?

Options :

8024372093. सभी सम पूर्णांक

8024372094. सभी विषम पूर्णांक

8024372095. 3 के सभी गुणज

8024372096. 4 के सभी गुणज

Question Number : 35 Question Id : 802437525 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let γ be the positively oriented circle in the complex plane given by $\{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 1/2\}$. The line integral

$$\int_{\gamma} \frac{z e^{1/z}}{z^2 - 1} dz$$

equals

Options :

8024372097. $i\pi e$

8024372098. $-i\pi e$

8024372099. πe

8024372100. $-\pi e$

Question Number : 35 Question Id : 802437525 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

γ को $\{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 1/2\}$ से दिये जाने वाले सम्मिश्र समतल में धनात्मक रूप से अभिविन्यस्त वृत्त मान लें। तब रैखीय समाकलन

$$\int_{\gamma} \frac{ze^{1/z}}{z^2-1} dz$$

निम्न के बराबर है

Options :

8024372097. $i\pi e$

8024372098. $-i\pi e$

8024372099. πe

8024372100. $-\pi e$

Question Number : 36 Question Id : 802437526 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let p be a positive integer. Consider the closed curve $r(t) = e^{it}, 0 \leq t < 2\pi$. Let f be a function holomorphic in $\{z: |z| < R\}$ where $R > 1$. If f has a zero only at $z_0, 0 < |z_0| < R$, and it is of multiplicity q, then

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{r} \frac{f'(z)}{f(z)} z^p dz \text{ equals}$$

Options :

8024372101. $q z_0^p$

8024372102. $z_0 q^p$

8024372103. $p z_0^q$

8024372104. $z_0 p^q$

Question Number : 36 Question Id : 802437526 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि p एक धनात्मक पूर्णांक है। संवृत वक्र $r(t) = e^{it}, 0 \leq t < 2\pi$ पर विचार करें। मानें कि f ऐसा फलन है जो $\{z: |z| < R\}$ में सममितीय (होलामॉर्फिक) है जहां $R > 1$ है। यदि f के शून्य केवल z_0 में हो, $z_0 \neq 0, |z_0| < R$, और उसकी बहुकता (multiplicity) q हो, तब

$$\frac{1}{2\pi i} \int_r \frac{f'(z)}{f(z)} z^p dz$$

का मान निम्न है

Options :

8024372101. qz_0^p

8024372102. $z_0 q^p$

8024372103. pz_0^q

8024372104. $z_0 p^q$

Question Number : 37 Question Id : 802437527 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Which of the following statements is true?

Options :

8024372105.

8024372106. Every odd integer $n \geq 16$ divides $(n-1)!$

8024372107. Every even integer $n \geq 16$ divides $(n-1)!$

8024372108. For every integer $n \geq 16$, n^2 divides $n! + 1$

Question Number : 37 Question Id : 802437527 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

निम्न कथनों में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372105. हर सम पूर्णांक $n \geq 16$, $(n-1)! + 3$ को विभाजित करता है

8024372106. हर विषम पूर्णांक $n \geq 16, (n-1)!$ को विभाजित करता है

8024372107. हर सम पूर्णांक $n \geq 16$, $(n-1)!$ को विभाजित करता है

8024372108. हर पूर्णांक $n \geq 16$ के लिए, $n! + 1$ को n^2 विभाजित करता है

Question Number : 38 Question Id : 802437528 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let X be a non-empty set and $P(X)$ be the set of all subsets of X. On $P(X)$, define two operations $\star$ and Δ as follows: for $A, B \in P(X)$, $A \star B = A \cap B$; $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Which of the following statements is true?

Options :

8024372109. $P(X)$ is a group under $\star$ as well as under Δ

8024372110. $P(X)$ is a group under $\star$, but not under Δ

8024372111. $P(X)$ is a group under Δ, but not under $\star$

8024372112. $P(X)$ is neither a group under $\star$ nor under Δ

Question Number : 38 Question Id : 802437528 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

X को अरिक्त समुच्चय मानें तथा $P(X)$ को X के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय मानें। $P(X)$ पर दो प्रचालन (ऑपरेशन) $\star$ तथा Δ निम्नवत परिभाषित करें:

$A, B \in P(X)$ के लिए $A \star B = A \cap B;\ A\Delta B = (A \cup B)\backslash(A \cap B)$.

निम्न कथनों में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372109. $P(X)$, $\star$ तथा Δ दोनों के अंतर्गत एक समूह है।

8024372110. $P(X)$, $\star$ के अंतर्गत एक समूह है लेकिन Δ के अंतर्गत नहीं।

8024372111. $P(X)$, Δ के अंतर्गत एक समूह है लेकिन $\star$ के अंतर्गत नहीं।

8024372112. $P(X)$, न तो $\star$ के अंर्तगत एक समूह है, न Δ के अंतर्गत।

Question Number : 39 Question Id : 802437529 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let $\varphi(n)$ be the cardinality of the set

$\{a \mid 1 \le a \le n, \quad (a, n) = 1\}$ where (a, n) denotes the gcd of

a and n. Which of the following is NOT true?

Options :

8024372113.

8024372114. There exist infinitely many n such that $\varphi(n) < \varphi(n+1)$.

There exists $N \in \mathbb{N}$ such that $N > 2$ and for all $n > N$,

8024372115. $\varphi(N) < \varphi(n)$

8024372116. The set $\left\{\frac{\varphi(n)}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$ has finitely many limit points.

Question Number : 39 Question Id : 802437529 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि $\varphi(n)$ निम्न समुच्चय की 'कार्डिनोलिटी' है

$\{a/1 \leq a \leq n, \quad (a,n) = 1\}$ जहां (a,n) से आशय है a तथा n का gcd. निम्न में से कौन-सा सत्य नहीं है ?

Options :

8024372113. ऐसे अनंतत: बहु n हैं कि $\varphi(n) > \varphi(n+1)$.

8024372114. ऐसे अनंतत: बहु n हैं कि $\varphi(n) < \varphi(n+1)$.

8024372115.

8024372116. समुच्चय $\left\{\frac{\varphi(n)}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$ के परिमिततः बहु सीमा बिंदु हैं।

Question Number : 40 Question Id : 802437530 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

For any two metric spaces $(X, d_X), (Y, d_Y)$ a map $f: X \to Y$ is said to be a closed map if whenever F is closed in X, then $f(F)$ is closed in Y. For any subset B of a metric space, B is given the induced metric. The metric on $X \times Y$ is given by $d\big((x,y),(x',y')\big) = \max\{d_X(x,x'), d_Y(y,y')\}$. Which of the following are true?

Options :

8024372117. For any subset $A \subseteq X$ the inclusion map $i: A \to X$ is closed

8024372118. The projection map $p_1: X \times Y \to X$ given by $p_1(x,y) = x$ is closed

8024372119. Suppose that $f: X \to Y$, $g: Y \to Z$ are continuous maps. If $g \circ f: X \to Z$ is a closed map then $g|_{f(X)}: f(X) \to Z$ is closed. Here $g|_{f(X)}$ means the map g restricted to $f(X)$

8024372120.

Question Number : 40 Question Id : 802437530 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

किन्हीं भी दो दूरीक समष्टियों $(X, d_X), (Y, d_Y)$ के लिए प्रतिचित्र $f: X \to Y$ को संवृत प्रतिचित्र कहते हैं यदि जब भी F के X में संवृत होने पर, $f(F)$ भी Y में संवृत हो। दूरीक समष्टि के उपसमुच्चय B के लिए, B को प्रेरित दूरीक देते हैं। $X \times Y$ पर दूरीक को

$d\big((x,y),(x',y')\big) = \max\{d(x,x'), d(y,y')\}$ से दर्शाते हैं। निम्न में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372117. किसी भी उपसमुच्चय $A \subseteq X$ के लिए आविष्टि प्रतिचित्र $i: A \to X$ संवृत है।

8024372118. $p_1(x,y) = x$ द्वारा दिया गया प्रक्षेपी प्रतिचित्र $p_1: X \times Y \to X$ संवृत है।

8024372119. मानें कि $f: X \to Y,\ g: Y \to Z$ संतत प्रतिचित्र हैं। यदि $g \circ f: X \to Z$ एक संवृत प्रतिचित्र हो तब $g\big|_{f(X)}: f(X) \to Z$ संवृत है। यहां $g\big|_{f(X)}$ से आशय $f(X)$ तक प्रतिबंधित प्रतिचित्र g है।

8024372120. यदि $f: X \to Y$ संवृत बॉल को संवृत समुच्चय में लेता हो तो f संवृत है।

Sub-Section Number : 3
Sub-Section Id : 80243724
Question Shuffling Allowed : Yes

Question Number : 41 Question Id : 802437531 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let k be a positive integer. Consider the differential equation

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = y^{\frac{5k}{5k+2}} \quad \text{for } t > 0, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Which of the following statements is true?

Options :

8024372121. It has a unique solution which is continuously differentiable on $(0, \infty)$

8024372122. It has at most two solutions which are continuously differentiable on $(0, \infty)$

8024372123. It has infinitely many solutions which are continuously differentiable on $(0, \infty)$

8024372124. It has no continuously differentiable solution on $(0, \infty)$

Question Number : 41 Question Id : 802437531 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मान लें कि k एक धनात्मक पूर्णांक है। निम्न अवकलन समीकरण पर विचार करें

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = y^{\frac{5k}{5k+2}} \text{ for } t > 0, \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

निम्न कथनों में से कौन-सा सच है?

Options :

8024372121. इसका अद्वितीय हल हैं जो $(0, \infty)$ पर संतत: अवकलनीय है

8024372122. इसके अधिकतम दो हल हैं जो $(0, \infty)$ पर संतत: अवकलनीय है

8024372123. इसके अनंतत: बहु हल हैं जो $(0, \infty)$ पर संतत: अवकलनीय है

8024372124. इसका $(0, \infty)$ पर कोई संतत: अवकलनीय हल नहीं है

Question Number : 42 Question Id : 802437532 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let $y_0 > 0, z_0 > 0$ and $\alpha > 1$.

Consider the following two differential equations:

$$(*)\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = y^{\alpha} & \text{for } t > 0, \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

$$(**)\begin{cases} \dfrac{dz}{dt} = -z^{\alpha} & \text{for } t > 0, \\ z(0) = z_0 \end{cases}$$

We say that the solution to a differential equation exists globally if it exists for all $t > 0$.

Which of the following statements is true?

Options :

8024372125. Both $(*)$ and $(**)$ have global solutions

8024372126. None of $(*)$ and $(**)$ have global solutions

8024372127. There exists a global solution for $(*)$ and there exists a $T < \infty$ such that $\lim_{t \to T} |z(t)| = +\infty$

8024372128. There exists a global solution for $(**)$ and there exists a $T < \infty$ such that $\lim_{t \to T} |y(t)| = +\infty$

Question Number : 42 Question Id : 802437532 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि $y_0 > 0, z_0 > 0$ तथा $\alpha > 1$

निम्न दो अवकलन समीकरणों पर विचार करें:

$$(*)\begin{cases}\dfrac{dy}{dt} = y^{\alpha} & \text{सभी } t > 0 \text{ के लिए,}\\ y(0) = y_0\end{cases}$$

$$(**)\begin{cases}\dfrac{dz}{dt} = -z^{\alpha} & \text{सभी } t > 0 \text{ के लिए,}\\ z(0) = z_0\end{cases}$$

हमारा कहना है कि अवकल समीकरण का हल सार्वत्रिक होगा यदि यह सभी $t > 0$ के लिए अस्तित्व में है।

निम्न कथनों में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372125. $(*)$ तथा $(**)$ दोनों के सार्वत्रिक हल हैं

8024372126. $(*)$ तथा $(**)$ किसी का भी सार्वत्रिक हल नहीं है

8024372127. $(*)$ के लिए एक सार्वत्रिक हल है तथा एक $T < \infty$ इस तरह का है कि $\lim_{t\to T}|z(t)| = +\infty$

8024372128.

Question Number : 43 Question Id : 802437533 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

The general solution of the surfaces which are perpendicular to the family of surfaces

$$z^2 = kxy, k \in \mathbb{R}$$

is

Options :

8024372129. $\phi(x^2 - y^2, xz) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

8024372130. $\phi(x^2 - y^2, x^2 + z^2) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

8024372131. $\phi(x^2 - y^2, 2x^2 + z^2) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

8024372132. $\phi(x^2 + y^2, 3x^2 - z^2) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

Question Number : 43 Question Id : 802437533 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Options :

8024372129. $\phi(x^2 - y^2, xz) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

8024372130. $\phi(x^2 - y^2, x^2 + z^2) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

8024372131. $\phi(x^2 - y^2, 2x^2 + z^2) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

8024372132. $\phi(x^2 + y^2, 3x^2 - z^2) = 0, \quad \phi \in C^1(\mathbb{R}^2)$

Question Number : 44 Question Id : 802437534 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

The general solution of the equation

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

is

Options :

8024372133. $z = \phi\left(\frac{|x|}{|y|}\right), \ \phi \in C^1(\mathbb{R})$

$$z = \phi\left(\frac{x-1}{y}\right), \ \ \phi \in C^1(\mathbb{R})$$
8024372134.

$$z = \phi\left(\frac{x+1}{y}\right), \ \ \phi \in C^1(\mathbb{R})$$
8024372135.

$$z = \phi(|x| + |y|), \ \ \phi \in C^1(\mathbb{R})$$
8024372136.

Question Number : 44 Question Id : 802437534 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

निम्न समीकरण

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

का सामान्य हल है

Options :

$$z = \phi\left(\frac{|x|}{|y|}\right), \ \ \phi \in C^1(\mathbb{R})$$
8024372133.

8024372134.

8024372135.

8024372136.

Question Number : 45 Question Id : 802437535 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let f be an infinitely differentiable real-valued function on a bounded interval I. Take $n \geq 1$ interpolation points $\{x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}\}$. Take n additional interpolation points

$$x_{n+j} = x_j + \varepsilon, \quad j = 0, 1, \cdots, n-1$$

where $\varepsilon > 0$ is such that $\{x_0, x_1, \cdots, x_{2n-1}\}$ are all distinct.

Let p_{2n-1} be the Lagrange interpolation polynomial of degree $2n-1$ with the interpolation points $\{x_0, x_1, \cdots, x_{2n-1}\}$ for the function f.

Let q_{2n-1} be the Hermite interpolation polynomial of degree $2n-1$ with the interpolation points $\{x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}\}$ for the function f. In the $\varepsilon \to 0$ limit, the quantity

$$\sup_{x \in I} |p_{2n-1}(x) - q_{2n-1}(x)|$$

Options :

8024372137. does not necessarily converge

8024372138. converges to $\frac{1}{2n}$

8024372139.

converges to $\frac{1}{2n+1}$

8024372140.

Question Number : 45 Question Id : 802437535 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि f परिबद्ध अंतराल I पर अनंतत: अवकलनीय वास्तविक मान वाला फलन है। $n \geq 1$ अंतर्वेशन बिंदु $\{x_0, x_1, \cdots, x_{n-1}\}$ लें। फिर n अतिरिक्त अंतर्वेशन बिंदु लें

$$x_{n+j} = x_j + \varepsilon, \quad j = 0, 1, \cdots, n-1$$

जहां $\varepsilon > 0$ इस तरह है कि $\{x_0, x_1, \cdots, x_{2n-1}\}$ सभी भिन्न हैं।

फलन f के लिए अंतर्वेशन बिन्दुओं $\{x_0, x_1, \cdots, x_{2n-1}\}$ के साथ p_{2n-1} को $2n-1$ डिग्री का लग्रांज अंतर्निवेशन बहुपद मानें।

मानें कि अंतर्निवेशन बिंदुओं $\{x_0, x_1, \cdots, x_{2n-1}\}$ के साथ फलन f के लिए q_{2n-1}, डिग्री $2n-1$ का हर्मिट अंतर्वेशन बहुपद है। सीमा $\varepsilon \to 0$ में, राशि

$$\sup_{x \in I} |p_{2n-1}(x) - q_{2n-1}(x)|$$

Options :

जरूरी नहीं कि अभिसरित हो

8024372137.

8024372138.

8024372139. 0 में अभिसरित होती है

8024372140. $\frac{1}{2n+1}$ में अभिसरित होती है

Question Number : 46 Question Id : 802437536 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

The extremal of the functional

$$J(y) = \int_0^1 [2(y')^2 + xy]dx, \qquad y(0) = 0, y(1) = 1, y \in C^2[0,1]$$

is

Options :

8024372141. $y = \frac{x^2}{12} + \frac{11x}{12}$

8024372142. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{3}$

8024372143. $y = \frac{x^2}{7} + \frac{6x}{7}$

8024372144.

Question Number : 46 Question Id : 802437536 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

निम्न फलनक

$$J(y) = \int_0^1 [2(y')^2 + xy]dx, \qquad y(0) = 0, y(1) = 1, y \in C^2[0,1]$$

का चरम है

Options :

8024372141. $y = \frac{x^2}{12} + \frac{11x}{12}$

8024372142. $y = \frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{3}$

8024372143. $y = \frac{x^2}{7} + \frac{6x}{7}$

8024372144. $y = \frac{x^3}{24} + \frac{23x}{24}$

Question Number : 47 Question Id : 802437537 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

The solution of the Fredholm integral equation

$$y(s) = s + 2\int_0^1 (st^2 + s^2t)y(t)dt$$

is

Options :

8024372145. $y(s) = -(50s + 40s^2)$

8024372146. $y(s) = (30s + 15s^2)$

8024372147. $y(s) = -(30s + 40s^2)$

8024372148. $y(s) = (60s + 50s^2)$

Question Number : 47 Question Id : 802437537 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

फ्रेडहोम समाकल समीकरण

$$y(s) = s + 2\int_0^1 (st^2 + s^2t)y(t)dt$$

का हल है

Options :

8024372145.

8024372146. $y(s) = (30s + 15s^2)$

8024372147. $y(s) = -(30s + 40s^2)$

8024372148. $y(s) = (60s + 50s^2)$

Question Number : 48 Question Id : 802437538 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Consider the solid S made of a material of constant density in the shape of a hemisphere of unit radius:

$$S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad z \geq 0\}.$$

Which of the following statements is true?

Options :

8024372149. The centre of mass of S is at the origin

8024372150. The x-axis is a principal axis for S

8024372151.

8024372152. The z-axis is a principal axis for S

Question Number : 48 Question Id : 802437538 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

इकाई त्रिज्या के अर्द्धगोलाकार आकृति वाले एक समान घनत्व के पदार्थ से बनाए गए ठोस S पर विचार करें:

$$S = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \quad z \geq 0\}.$$

निम्न में से कौन-सा वक्तव्य सत्य है?

Options :

8024372149. S का संहति केंद्र मूल बिंदु पर है

8024372150. x-अक्ष S के लिए मुख्य अक्ष है

8024372151. S का जड़त्व आघूर्ण टेंसर एक विकर्णीय आव्यूह नहीं है

8024372152. z-अक्ष S के लिए मुख्य अक्ष है

Sub-Section Number : 4
Sub-Section Id : 80243725
Question Shuffling Allowed : Yes

Question Number : 49 Question Id : 802437539 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

In an examination involving multiple choice questions, a student works out the solution in 50% of the questions. In the remaining questions the student guesses the answer. However, when the answer is guessed the probability that it is correct is 0.30. When the student works out the solutions it may be wrong with probability 0.10.

If the answer to a particular question is correct, what is the probability that the student guessed the answer?

Options :

8024372153. 0.25

8024372154. 0.50

8024372155. 0.90

8024372156. 0.30

Question Number : 49 Question Id : 802437539 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

बहु-विकल्प वाली एक परीक्षा में एक विद्यार्थी 50% प्रश्नों को हल करता है। शेष प्रश्नों में वह उत्तर का अनुमान लगाता है। लेकिन अनुमान करनें पर उत्तर के सही होने की प्रायिकता 0.30 है। जब वह हल करता है, उत्तर गलत होने की प्रायिकता 0.10 है। यदि किसी प्रश्न का उत्तर सही है तो क्या प्रायिकता है कि विद्यार्थी ने उत्तर अनुमानित किया?

Options :

8024372153. 0.25

8024372154. 0.50

8024372155. 0.90

8024372156. 0.30

Question Number : 50 Question Id : 802437540 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let $X_1, X_2, \cdots$ be i.i.d. random variables having a χ^2-distribution with 5 degrees of freedom.

Let $a \in \mathbb{R}$ be constant. Then the limiting distribution of $a\left(\frac{X_1+\cdots+X_n-5n}{\sqrt{n}}\right)$ is

Options :

8024372157.

8024372158. χ^2-distribution for an appropriate value of a

8024372159. Standard normal distribution for an appropriate value of a

8024372160. A degenerate distribution for an appropriate value of a

Question Number : 50 Question Id : 802437540 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि $X_1, X_2, \cdots$ i.i.d. यादृच्छिक चर हैं जिनका χ^2-बंटन है तथा स्वतंत्रता की कोटि 5 है। मानें $a \in \mathbb{R}$ स्थिरांक है। तब $a\left(\frac{X_1+\cdots+X_n-5n}{\sqrt{n}}\right)$ का सीमांत बंटन है

Options :

8024372157. गामा बंटन, a के उपयुक्त मान के साथ

8024372158. χ^2-बंटन, a के उपयुक्त मान के साथ

8024372159. मानक प्रसामान्य बंटन, a के उपयुक्त मान के साथ

8024372160.

Question Number : 51 Question Id : 802437541 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Consider a Markov Chain $X_0, X_1, X_2, \cdots$ with state space S. Suppose $i, j \in S$ are two states which communicate with each other. Which of the following statements is NOT correct?

Options :

8024372161. Period of i = period of j

8024372162. i is recurrent if and only if j is recurrent

8024372163. $\lim_{n\to\infty} P(X_n = i | X_0 = k) = \lim_{n\to\infty} P(X_n = j | X_0 = k)$ for all $k \in S$

8024372164. $\lim_{n\to\infty} P(X_n = j | X_0 = i) = \lim_{n\to\infty} P(X_n = j | X_0 = j)$

Question Number : 51 Question Id : 802437541 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मार्कोव श्रृंखला $X_0, X_1, X_2, \cdots$ पर विचार करें जिसकी अवस्था समष्टि S है।

$i, j \in S$ दो ऐसी अवस्थायें हैं जो एक दूसरे के साथ संपर्क करती हैं। निम्न में से कौन सा वक्तव्य सत्य नहीं है?

Options :

8024372161. i का 'पीरियड $= j$ का 'पीरियड'

8024372162. i पुनरावर्ती है यदि और केवल यदि j पुनरावर्ती है

8024372163. $\lim_{n\to\infty} P(X_n = i | X_0 = k) = \lim_{n\to\infty} P(X_n = j | X_0 = k)$ सभी $k \in S$ के लिए

8024372164. $\lim_{n\to\infty} P(X_n = j | X_0 = i) = \lim_{n\to\infty} P(X_n = j | X_0 = j)$

Question Number : 52 Question Id : 802437542 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Suppose that X has uniform distribution on the interval $[0, 100]$. Let Y denote the greatest integer smaller than or equal to X. Which of the following is true?

Options :

8024372165. $P(Y \leq 25) = 1/4$

8024372166.

$E(Y) = 50$
8024372167.

$E(Y) = 101/2$
8024372168.

Question Number : 52 Question Id : 802437542 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि X का $[0,100]$ पर एकसमान बंटन है। मानें कि Y दर्शाता है सबसे बड़ा पूर्णांक जो X के बराबर या उससे छोटा हो । निम्न में से कौन-सा सत्य है?

Options :

$P(Y \leq 25) = 1/4$
8024372165.

$P(Y \leq 25) = 26/100$
8024372166.

$E(Y) = 50$
8024372167.

$E(Y) = 101/2$
8024372168.

Question Number : 53 Question Id : 802437543 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let $X_1, X_2, \cdots, X_n$ be i.i.d. random variables with common pdf

$f(x|\theta) = \frac{(\log\theta)\theta^x}{\theta-1}$, for

$0 < x < 1$ where $\theta > 1$ is an unknown parameter. Then the statistic

$T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ is

Options :

8024372169. sufficient, but not complete

8024372170. sufficient, but not minimal sufficient

8024372171. complete sufficient

8024372172. neither complete, nor sufficient

Question Number : 53 Question Id : 802437543 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

यदि सामान्य pdf $f(x|\theta) = \frac{(\log\theta)\theta^x}{\theta-1}, 0 < x < 1, \theta > 1$ के साथ $X_1, X_2, \cdots, X_n$ i.i.d. हो तो सांख्यिकी (statistic) $T = \sum_{i=1}^{n} X_i$ है

Options :

8024372169.

पर्याप्त परंतु अल्पिष्ठ पर्याप्त नहीं है
8024372170.

पूर्ण पर्याप्त है
8024372171.

न तो पूर्ण, न ही पर्याप्त है
8024372172.

Question Number : 54 Question Id : 802437544 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Consider the pdf given by

$$f(x|\theta) = \frac{e^{(x-\theta)}}{\left[1+e^{(x-\theta)}\right]^2}, \quad -\infty < x < \infty, \; -\infty < \theta < \infty$$

Based on one observation X with the above pdf, a UMP test of size α for testing $H_0: \theta \leq \theta_0$ versus $H_1: \theta > \theta_0$ is

Options :

$X > k$ for some k such that $\alpha = P_{\theta_0}[X > k]$
8024372173.

$X < k$ for some k such that $\alpha = P_{\theta_0}[X > k]$
8024372174.

8024372175.

8024372176. $X < k$ for some k such that $\alpha = P_{\theta_0}[X < k]$

Question Number : 54 Question Id : 802437544 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

निम्न pdf पर विचार करें

$$f(x|\theta) = \frac{e^{(x-\theta)}}{[1+e^{(x-\theta)}]^2}, \ -\infty < x < \infty, \ -\infty < \theta < \infty$$

उपलिखित pdf के साथ एक पर्यवेक्षण X के आधार पर, $H_0: \theta \leq \theta_0$ की तुलना में $H_1: \theta > \theta_0$ परीक्षण हेतु आमाप α का UMP परीक्षण है

Options :

8024372173. $X > k$, कुछ k के लिए इस तरह से कि $\alpha = P_{\theta_0}[X > k]$

8024372174. $X < k$, कुछ k के लिए इस तरह से कि $\alpha = P_{\theta_0}[X > k]$

8024372175. $X > k$, कुछ k के लिए इस तरह से कि $\alpha = P_{\theta_0}[X < k]$

8024372176.

Question Number : 55 Question Id : 802437545 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Consider 35 i.i.d. observations $X_1, X_2, \cdots, X_{15}$ and $Y_1, Y_2, \cdots, Y_{20}$. Let R be the Wilcoxon's rank sum statistic based on the ranks of the X's in the combined sample. Then the expected value of R is

Options :

8024372177. 270

8024372178. 300

8024372179. 360.5

8024372180. 330.5

Question Number : 55 Question Id : 802437545 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि हमारे पास 35 i.i.d. पर्यवेक्षण $X_1, X_2, \cdots, X_{15}$ तथा $Y_1, Y_2, \cdots, Y_{20}$ हैं। सम्मिलित नमूने में सब X's की रैंक के आधार पर R को विल्कॉक्सन-रैंक योग सांख्यिकी मान लें। तब R का अपेक्षित मान है

Options :

8024372177. 270

8024372178. 300

8024372179. 360.5

8024372180. 330.5

Question Number : 56 Question Id : 802437546 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let $I, J > 5$. Consider two-way ANOVA, where the observations satisfy the linear model

$$y_{ij} = \alpha + \beta_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij},\ 1 \le i \le I,\ 1 \le j \le J$$

$$E(\varepsilon_{ij}) = 0, Var(\varepsilon_{ij}) = \sigma^2,\ \sum_{i=1}^{I} \beta_i = \sum_{j=1}^{J} \gamma_j = 0.$$

In this set-up

Options :

8024372181.

8024372182. γ_1 is estimable

8024372183. $\beta_1 - \beta_2$ is estimable

8024372184. $\beta_1 + \gamma_2$ is estimable

Question Number : 56 Question Id : 802437546 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि $I,\ J \geq 5$. एक द्विधा ANOVA पर विचार करें जो निम्न रैखिक मॉडल को संतुष्ट करे

$$y_{ij} = \alpha + \beta_i + \gamma_j + \varepsilon_{ij},\ 1 \leq i \leq I,\ 1 \leq j \leq J$$

$$E(\varepsilon_{ij}) = 0, Var\,(\varepsilon_{ij}) = \sigma^2,\ \sum_{i=1}^{I} \beta_i = \sum_{j=1}^{J} \gamma_j = 0.$$

इस व्यवस्था में

Options :

8024372181. β_1 आकलनीय है

8024372182. γ_1 आकलनीय है

8024372183.

8024372184. $\beta_1 + \gamma_2$ आकलनीय है

Question Number : 57 Question Id : 802437547 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Let X_1 and X_2 be two i.i.d. $p \times 1$ multivariate normal random vectors with mean μ and positive definite dispersion matrix $\sum$. Then which of the following random variables always has a central chi-square distribution

Options :

8024372185. $\frac{1}{2}(X_1 - X_2)^T(X_1 - X_2)$

8024372186. $2(X_1 - X_2)^T(X_1 - X_2)$

8024372187. $2(X_1 - X_2)^T \sum^{-1}(X_1 - X_2)$

8024372188. $\frac{1}{2}(X_1 - X_2)^T \sum^{-1}(X_1 - X_2)$

Question Number : 57 Question Id : 802437547 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

मानें कि X_1 तथा X_2 माध्य μ तथा धनात्मक निश्चित प्रसरण आव्यूह Σ वाले दो i.i.d $p \times 1$ बहुचर प्रसामान्य यादृच्छिक सदिश हैं। तब निम्न यादृच्छिक चरों में से किस का सदा केंद्रीय 'काई-वर्ग' बंटन है

Options :

8024372185. $\frac{1}{2}(X_1 - X_2)^T(X_1 - X_2)$

8024372186. $2(X_1 - X_2)^T(X_1 - X_2)$

8024372187. $2(X_1 - X_2)^T\Sigma^{-1}(X_1 - X_2)$

8024372188. $\frac{1}{2}(X_1 - X_2)^T\Sigma^{-1}(X_1 - X_2)$

Question Number : 58 Question Id : 802437548 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

10 units are chosen by simple random sampling without replacement from a population of size 100. Consider the sample variance $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(y_i - \bar{y})^2 = s^2$. An unbiased estimate of population variance $\sigma^2 = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}(Y_i - \bar{Y})^2$ is

Options :

8024372189. s^2

8024372190. $\frac{10}{11}s^2$

8024372191. $\frac{100}{99}s^2$

8024372192. $\frac{100}{111}s^2$

Question Number : 58 Question Id : 802437548 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

सरल यादृच्छिक प्रतिचयन से बिना प्रतिस्थापन के 100 की समष्टि में से 10 इकाई छांटी जाती है।

प्रतिदर्श प्रसरण $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}(y_i - \bar{y})^2 = s^2$ पर विचार करें।

समष्ठि प्रसरण $\sigma^2 = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}(Y_i - \bar{Y})^2$ का अनभिनत आकलन है

Options :

8024372189.

8024372190.

8024372191.

8024372192. $\frac{100}{111}s^2$

Question Number : 59 Question Id : 802437549 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

Consider a Randomized Block Design with b blocks and k treatments. Let the observation corresponding to the i^{th} treatment and the j^{th} block be y_{ij}, $1 \le i \le k$, $1 \le j \le b$, which satisfies the usual linear model. Which of the following is true?

Options :

8024372193. The estimates of any two treatment contrasts are uncorrelated

8024372194. The error sum of squares has $bk - 1$ degrees of freedom

8024372195. The estimate of any treatment contrast is uncorrelated with the estimate of any block contrast

8024372196. The correlation between the estimates of two treatment contrasts is always negative

Question Number : 59 Question Id : 802437549 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

यादृच्छीकृत ब्लॉक अभिकल्पना पर विचार करें जिसमें b ब्लॉक तथा k उपचार हैं। यदि i^{th} उपचार तथा j^{th} ब्लॉक के संगत पर्यवेक्षण $y_{ij},\ 1 \leq i \leq k,\ 1 \leq j \leq b$, हो जो प्रचलित रैखिक मॉडल को संतुष्ट करें तो निम्न में से कौन-सा सत्य है?

Options :

8024372193. किन्हीं दो उपचार विपर्यास के आकलन असहसंबद्ध हैं

8024372194. वर्ग-योग त्रुटि (error sum of squares) की स्वतंत्रता-कोटि $bk - 1$ है

8024372195. किसी भी उपचार विपर्यास के आकलन का किसी भी ब्लॉक विपर्यास के आकलन से कोई सहसंबंध नहीं है

8024372196. दो उपचार विपर्यासों के आकलनों के बीच सहसंबंध हमेशा ऋणात्मक है

Question Number : 60 Question Id : 802437550 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

The maximum and the minimum values of $5x + 7y$, when $|x| + |y| \leq 1$ are

Options :

8024372197.

8024372198. 5 and -7

8024372199. 7 and -5

8024372200. 7 and -7

Question Number : 60 Question Id : 802437550 Question Type : MCQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 3 Wrong Marks : 0.75

जब $|x| + |y| \leq 1$ हो तो $5x + 7y$ के अधिकतम तथा न्यूनतम मान है

Options :

8024372197. 5 तथा -5

8024372198. 5 तथा -7

8024372199. 7 तथा-5

8024372200. 7 तथा -7

Part C Mathematical Sciences

Section Id :	80243715
Section Number :	3
Section type :	Online
Mandatory or Optional :	Mandatory
Number of Questions :	60
Number of Questions to be attempted :	20
Section Marks :	95
Mark As Answered Required? :	Yes
Sub-Section Number :	1
Sub-Section Id :	80243726
Question Shuffling Allowed :	Yes

Question Number : 61 Question Id : 802437551 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Which of the following sets are in bijection with $\mathbb{R}$?

Options :

8024372201. Set of all maps from $\{0,1\}$ to $\mathbb{N}$

8024372202. Set of all maps from $\mathbb{N}$ to $\{0,1\}$

8024372203. Set of all subsets of $\mathbb{N}$

8024372204. Set of all subsets of $\mathbb{R}$

Question Number : 61 Question Id : 802437551 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न में से कौन से समुच्चय $\mathbb{R}$ के साथ एकैकी आच्छादित हैं?

Options :

8024372201. $\{0,1\}$ से $\mathbb{N}$ तक सभी प्रतिचित्रों का समुच्चय

8024372202. $\mathbb{N}$ से $\{0,1\}$ तक सभी प्रतिचित्रों का समुच्चय

8024372203. $\mathbb{N}$ के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय

8024372204. $\mathbb{R}$ के सभी उपसमुच्चयों का समुच्चय

Question Number : 62 Question Id : 802437552 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Which of the following statements are true?

Options :

8024372205. The series $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ is convergent

8024372206.

The series $\sum_{n\geq 1} \frac{[1+(-1)^n]\sqrt{n}+\log n}{n^{3/2}}$ is convergent

8024372207.

The series $\sum_{n\geq 1} \frac{((-1)^n\sqrt{n}+1)}{n^{3/2}}$ is convergent

8024372208.

Question Number : 62 Question Id : 802437552 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

Options :

श्रेणी $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ अभिसारी है

8024372205.

श्रेणी $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+n}$ निरपेक्षत: अभिसारी है

8024372206.

श्रेणी $\sum_{n\geq 1} \frac{[1+(-1)^n]\sqrt{n}+\log n}{n^{3/2}}$ अभिसारी है

8024372207.

8024372208.

Question Number : 63 Question Id : 802437553 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

. Let $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ be defined by $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$

Define $g(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f\big((x-n),\ (y-n)\big)}{2^n}$.

Which of the following statements are true?

Options :

8024372209. The function $h(y) = g(c,y)$ is continuous on $\mathbb{R}$ for all c

8024372210. g is continuous from $\mathbb{R}^2$ into $\mathbb{R}$

8024372211. g is not a well-defined function

8024372212. g is continuous on $\mathbb{R}^2 \backslash \{(k,k)\}_{k \in \mathbb{N}}$

Question Number : 63 Question Id : 802437553 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ को $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0). \end{cases}$ से परिभाषित करें।

परिभाषित करें कि $g(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f((x-n),\ (y-n))}{2^n}$

तब निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372209. सभी c के लिए फलन $h(y) = g(c,y)$, $\mathbb{R}$ पर संतत है

8024372210. $\mathbb{R}^2$ से $\mathbb{R}$ में g संतत है

8024372211. g सुपरिभाषित फलन नहीं है

8024372212. $\mathbb{R}^2 \backslash \{(k,k)\}_{k \in \mathbb{N}}$ पर g संतत है

Question Number : 64 Question Id : 802437554 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider two series

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n(1-x) \text{ and } B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n (1-x)$$

where $x \in [0,1]$.

Which of the following statements are true?

Options :

8024372213. Both $A(x)$ and $B(x)$ converge pointwise

8024372214. Both $A(x)$ and $B(x)$ converge uniformly

8024372215. $A(x)$ converges uniformly but $B(x)$ does not

8024372216. $B(x)$ converges uniformly but $A(x)$ does not

Question Number : 64 Question Id : 802437554 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

दो श्रेणियों पर विचार करें

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n(1-x) \text{ तथा } B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n (1-x)$$

जहां $x \in [0,1]$.

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372213. $A(x)$ तथा $B(x)$ दोनों बिंदुवार अभिसरित होते हैं

8024372214. $A(x)$ तथा $B(x)$ दोनों एकसमान रूप से अभिसरित होते हैं

8024372215. $A(x)$ एकसमान रूप से अभिसरित है लेकिन $B(x)$ नहीं

8024372216. $B(x)$ एकसमान रूप से अभिसरित होता है लेकिन $A(x)$ नहीं

Question Number : 65 Question Id : 802437555 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

For $p \in \mathbb{R}$, consider the improper integral

$$I_p = \int_0^1 t^p \sin t \, dt.$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372217. I_p is convergent for $p = -1/2$

8024372218. I_p is divergent for $p = -3/2$

8024372219. I_p is convergent for $p = 4/3$

8024372220. I_p is divergent for $p = -4/3$

Question Number : 65 Question Id : 802437555 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$p \in \mathbb{R}$ के लिए निम्न अनंत समाकल पर विचार करें

$$I_p = \int_0^1 t^p \sin t \, dt.$$

निम्न कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं?

Options :

8024372217. $p = -1/2$ के लिए I_p अभिसारी है

8024372218. $p = -3/2$ के लिए I_p अपसारी है

8024372219. $p = 4/3$ के लिए I_p अभिसारी है

8024372220. $p = -4/3$ के लिए I_p अपसारी है

Question Number : 66 Question Id : 802437556 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Suppose that $\{f_n\}$ is a sequence of real-valued functions on $\mathbb{R}$. Suppose it converges to a continuous function f uniformly on each closed and bounded subset of $\mathbb{R}$. Which of the following statements are true?

Options :

8024372221.

8024372222. The sequence $\{f_n\}$ converges to f pointwise on $\mathbb{R}$

8024372223. For all sufficiently large n, the function f_n is bounded

8024372224. For all sufficiently large n the function f_n is continuous

Question Number : 66 Question Id : 802437556 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $\{f_n\}$ ऐसा अनुक्रम है जो $\mathbb{R}$ पर वास्तविक मान के फलनों का है। मानें कि यह $\mathbb{R}$ के प्रत्येक संवृत तथा परिबद्ध उपसमुच्चय पर एकसमान रूप से संतत फलन f में अभिसरित होता है। निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372221. अनुक्रम $\{f_n\}$ एक समान रूप से $\mathbb{R}$ पर f में अभिसरित होता है

8024372222. अनुक्रम $\{f_n\}$ बिंदुवार $\mathbb{R}$ पर f में अभिसरित होता है

8024372223. सभी पर्याप्त बड़े n के लिए, फलन f_n परिबद्ध है

8024372224.

Question Number : 67 Question Id : 802437557 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $f(x) = e^{-x}$ and $g(x) = e^{-x^2}$. Which of the following statements are true?

Options :

8024372225. Both f and g are uniformly continuous on $\mathbb{R}$

8024372226. f is uniformly continuous on every interval of the form $[a, +\infty)$, $a \in \mathbb{R}$

8024372227. g is uniformly continuous on $\mathbb{R}$

8024372228. $f(x)g(x)$ is uniformly continuous on $\mathbb{R}$

Question Number : 67 Question Id : 802437557 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$f(x) = e^{-x}$ तथा $g(x) = e^{-x^2}$ हो तो निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372225. f तथा g दोनों $\mathbb{R}$ पर एक समान संतत हैं

8024372226.

8024372227. g एकसमान रूप से $\mathbb{R}$ पर संतत है

8024372228. $f(x)g(x)$ एक समानरूप से $\mathbb{R}$ पर संतत है

Question Number : 68 Question Id : 802437558 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Define

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{for} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{for} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372229. f is discontinuous at $(0,0)$

8024372230. f is continuous at $(0,0)$

8024372231. all directional derivatives of f at $(0,0)$ exist

8024372232.

Question Number : 68 Question Id : 802437558 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

परिभाषित करें कि

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2} & \text{for} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{for} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372229. $(0,0)$ पर f संतत नहीं हैं

8024372230. $(0,0)$ पर f संतत हैं

8024372231. $(0,0)$ पर f के सभी दिक्-अवकलज हैं

8024372232. $(0,0)$ पर f अवकलनीय नहीं है

Question Number : 69 Question Id : 802437559 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Define

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \text{ for } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 \text{ for } (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372233. f is continuous at $(0,0)$

8024372234. f is bounded in a neighbourhood of $(0,0)$

8024372235. f is not bounded in any neighbourhood of $(0,0)$

8024372236. f has all directional derivatives at $(0,0)$

Question Number : 69 Question Id : 802437559 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} \text{ for } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 \text{ for } (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372233. $(0,0)$ पर f संतत हैं

8024372234. $(0,0)$ के प्रतिवेश में f परिबद्ध है

8024372235. $(0,0)$ के किसी भी प्रतिवेश में f परिबद्ध नहीं है

8024372236. f के $(0,0)$ पर सभी दिक्-अवकलज हैं

Question Number : 70 Question Id : 802437560 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $p: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ be defined by

$$p(x,y) = \begin{cases} |x| & if \quad x \neq 0 \\ |y| & if \quad x = 0. \end{cases}$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372237. $p(x,y) = 0$ if and only if $x = y = 0$

8024372238. $p(x,y) \geq 0$ for all x, y

8024372239. $p(\alpha x, \alpha y) = |\alpha|\, p(x,y)$ for all $\alpha \in \mathbb{R}$ and for all x, y

8024372240. $p(x_1 + x_2, y_1 + y_2) \leq p(x_1, y_1) + p(x_2, y_2)$ for all $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

Question Number : 70 Question Id : 802437560 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$p: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ को निम्न से परिभाषित करें

$$p(x,y) = \begin{cases} |x| & \text{यदि} \quad x \neq 0 \\ |y| & \text{यदि} \quad x = 0. \end{cases}$$

तब निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं ?

Options :

8024372237.

8024372238. $p(x,y) \geq 0$ सभी x,y के लिए

8024372239. $p(\alpha x, \alpha y) = |\alpha|\, p(x,y)$ सभी $\alpha \in \mathbb{R}$ के लिए तथा सभी x,y के लिए

8024372240. $p(x_1 + x_2, y_1 + y_2) \leq p(x_1, y_1) + p(x_2, y_2)$ सभी $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ के लिए

Question Number : 71 Question Id : 802437561 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let P be a square matrix such that $P^2 = P$. Which of the following statements are true?

Options :

8024372241. Trace of P is an irrational number

8024372242. Trace of $P = \text{rank of } P$

8024372243. Trace of P is an integer

8024372244. Trace of P is an imaginary complex number

Question Number : 71 Question Id : 802437561 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

एक वर्ग आव्यूह P ऐसा है कि $P^2 = P$ निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372241. P का अनुरेख (ट्रेस) अपरिमेय संख्या है

8024372242. P का अनुरेख (ट्रेस) $=$ P की कोटि (रैंक)

8024372243. P का अनुरेख (ट्रेस) एक पूर्णांक है

8024372244. P का अनुरेख (ट्रेस) एक काल्पनिक सम्मिश्र संख्या है

Question Number : 72 Question Id : 802437562 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let A and B be $n \times n$ real matrices and let $C = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$.

Which of the following statements are true?

Options :

8024372245. If λ is an eigenvalue of $A + B$ then λ is an eigenvalue of C

8024372246.

8024372247. If λ is an eigenvalue of A or B then λ is an eigenvalue of C

8024372248. All eigenvalues of C are real

Question Number : 72 Question Id : 802437562 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

A तथा B को $n \times n$ के वास्तविक आव्यूह मानें तथा $C = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}$.

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372245. यदि $A + B$ का एक अभिलक्षणिक मान λ हो तो C का एक अभिलक्षणिक मान λ है

8024372246. यदि $A - B$ का एक अभिलक्षणिक मान λ हो तो C का एक अभिलक्षणिक मान λ है

8024372247. यदि A या B का एक अभिलक्षणिक मान λ हो तो C का एक अभिलक्षणिक मान λ है

8024372248. C के सभी अभिलक्षणिक मान वास्तविक हैं

Question Number : 73 Question Id : 802437563 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let A be an $n \times n$ real matrix. Let b be an $n \times 1$ vector. Suppose $Ax = b$ has no solution.

Which of the following statements are true?

Options :

8024372249. There exists an $n \times 1$ vector c such that $Ax = c$ has a unique solution

8024372250. There exist infinitely many vectors c such that $Ax = c$ has no solution

8024372251. If y is the first column of A then $Ax = y$ has a unique solution

8024372252. $\det A = 0$

Question Number : 73 Question Id : 802437563 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

A एक $n \times n$ वास्तविक आव्यूह है। b को $n \times 1$ सदिश मानें। माने कि $Ax = b$ का कोई हल नहीं है। तब निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372249. एक ऐसा $n \times 1$ सदिश c है कि $Ax = c$ का अद्वितीय हल है

8024372250.

8024372251. यदि A का पहला स्तंभ y है तब $Ax = y$ का अद्वितीय हल है

8024372252. $\det A = 0$

Question Number : 74 Question Id : 802437564 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let A be an $n \times n$ matrix such that the first 3 rows of A are linearly independent and the first 5 columns of A are linearly independent. Which of the following statements are true?

Options :

8024372253. A has at least 5 linearly independent rows

8024372254. $3 \leq$ rank A ≤ 5

8024372255. rank $A \geq 5$

8024372256. rank $A^2 \geq 5$

Question Number : 74 Question Id : 802437564 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

A को एक ऐसा $n \times n$ आव्यूह मानें कि A की प्रथम 3 पंक्तियां रैखिकत: स्वतंत्र है तथा A के प्रथम 5 स्तंभ रैखिकत: स्वतंत्र हैं। निम्न कथनों में से कौन सत्य हैं?

Options :

8024372253. A की कम से कम 5 रैखिकत: स्वतंत्र पंक्तियां है

8024372254. $3 \leq$ कोटि (रैंक) A ≤ 5

8024372255. कोटि (रैंक) $A \geq 5$

8024372256. कोटि (रैंक) $A^2 \geq 5$

Question Number : 75 Question Id : 802437565 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let n be a positive integer and F be a non-empty proper subset of $\{1,2,\ldots,n\}$.
Define

$$\langle x,y\rangle_F = \sum_{k\in F} x_k y_k,\ \ x=(x_1,\ldots,x_n),\ \ y=(y_1,\ldots,y_n)\in\mathbb{R}^n.$$

Let $T=\{x\in\mathbb{R}^n : \langle x,x\rangle_F = 0\}$. Which of the following statements are true?

For $y\in\mathbb{R}^n, y\neq 0$

Options :

8024372257. $\inf_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F = \langle y,y\rangle_F$

8024372258. $\sup_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F = \langle y,y\rangle_F$

8024372259. $\inf_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F < \langle y,y\rangle_F$

8024372260. $\sup_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F > \langle y,y\rangle_F$

Question Number : 75 Question Id : 802437565 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि n एक धनात्मक पूर्णांक है तथा $\{1,2,\dots,n\}$ का एक अरिक्त उचित उपसमुच्चय F है। परिभाषित करें

$\langle x,y\rangle_F = \sum_{k\in F} x_k y_k,\ x=(x_1,\dots,x_n),\ y=(y_1,\dots,y_n)\in\mathbb{R}^n.$

यदि $T=\{x\in\mathbb{R}^n : \langle x,x\rangle_F = 0\}$ तब निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

$y\in\mathbb{R}^n, y\neq 0$ के लिए

Options :

8024372257. $\inf_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F = \langle y,y\rangle_F$

8024372258. $\sup_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F = \langle y,y\rangle_F$

8024372259. $\inf_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F < \langle y,y\rangle_F$

8024372260. $\sup_{x\in T}\langle x+y,x+y\rangle_F > \langle y,y\rangle_F$

Question Number : 76 Question Id : 802437566 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $v \in \mathbb{R}^3$ be a non-zero vector. Define a linear transformation

$T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ by $T(x) = x - 2\frac{x \cdot v}{v \cdot v}v$, where $x \cdot y$ denotes the standard inner product in $\mathbb{R}^3$.

Which of the following statements are true?

Options :

8024372261. The eigenvalues of T are $+1, -1$

8024372262. The determinant of T is -1

8024372263. The trace of T is $+1$

8024372264. T is distance preserving

Question Number : 76 Question Id : 802437566 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $v \in \mathbb{R}^3$ एक शून्येतर सदिश है। एक रैखिक रूपांतरण

$T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ को $T(x) = x - 2\frac{x \cdot v}{v \cdot v}v$ परिभाषित करता है। $x \cdot y$ यहां पर $\mathbb{R}^3$ में मानक गुणनफल प्रदर्शित करता है।

निम्न कथनों में से कौन सा कथन सत्य हैं?

Options :

8024372261.

8024372262. T का डिटर्मिनेंट -1 हैं

8024372263. T का अनुरेख (ट्रेस) $+1$ है

8024372264. T दूरी बचाता (प्रीज़र्व करता) है

Question Number : 77 Question Id : 802437567 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

A quadratic form $Q\ (x, y, z)$ over $\mathbb{R}$ represents 0 non trivially if there exists $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{(0,0,0)\}$ such that $Q(a, b, c) = 0$. Which of the following quadratic forms $Q\ (x, y, z)$ over $\mathbb{R}$ represent 0 non trivially?

Options :

8024372265. $Q(x, y, z) = xy + z^2$

8024372266. $Q(x, y, z) = x^2 + 3y^2 - 2z^2$

8024372267. $Q(x, y, z) = x^2 - xy + y^2 + z^2$

8024372268. $Q(x, y, z) = x^2 + xy + z^2$

Question Number : 77 Question Id : 802437567 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$\mathbb{R}$ पर द्विघाती रूप $Q\ (x, y, z)$ अतुच्छत: 0 प्रदर्शित करता है यदि $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \backslash \{(0,0,0)\}$ इस तरह हो कि $Q(a, b, c) = 0$ । निम्न में से $\mathbb{R}$ पर कौन-सा द्विघाती रूप $Q\ (x, y, z)$ अतुच्छत: 0 प्रदर्शित करता है?

Options :

8024372265. $Q(x, y, z) = xy + z^2$

8024372266. $Q(x, y, z) = x^2 + 3y^2 - 2z^2$

8024372267. $Q(x, y, z) = x^2 - xy + y^2 + z^2$

8024372268.

Question Number : 78 Question Id : 802437568 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Options :

8024372269. $Q\ (x_1 + x_2, y, z) = Q\ (x_1, y, z) + Q\ (x_2, y, z)$ for all x_1, x_2, y, z

8024372270. $Q\left(x_1 + x_{2,} y_1 + y_2, 0\right) + Q\ (x_1 - x_2, y_1 - y_2,\ 0) =$
$2Q(x_1, y_1, 0) + 2Q(x_2, y_2, 0)$ for all x_1, x_2, y_1, y_2

8024372271. $Q\ (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2) = Q\ (x_1, y_1, z_1) + Q(x_2, y_2, z_2)$
for at least one choice of $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$

8024372272. $2Q\ (x_1 + x_2, y_1 + y_2, 0) + 2Q(x_1 - x_2, y_1 - y_2, 0) =$
$Q(x_1, y_1, 0) + Q(x_2, y_2, 0)$ for all x_1, x_2, y_1, y_2

Question Number : 78 Question Id : 802437568 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $Q(x, y, z)$ वास्तविक द्विघाती रूप है। निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372269. $Q\ (x_1 + x_2, y, z) = Q\ (x_1, y, z) + Q\ (x_2, y, z)$ सभी x_1, x_2, y, z के लिए

8024372270. $Q\left(x_1 + x_{2,} y_1 + \ y_2, 0\right) + Q\ (x_1 - x_2, y_1 - y_2,\ 0) =$

$2Q(x_1, y_1, 0) + 2Q(x_2, y_2, 0)$ सभी x_1, x_2, y_1, y_2 के लिए

8024372271. $Q\ (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2) = Q\ (x_1, y_1, z_1) + Q(x_2, y_2, z_2)$

$x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ के कम से कम एक विकल्प के लिए

8024372272. $2Q\ (x_1 + x_2, y_1 + y_2, 0) + 2Q(x_1 - x_2, y_1 - y_2, 0) =$

$Q(x_1, y_1, 0) + Q(x_2, y_2, 0)$ सभी x_1, x_2, y_1, y_2 के लिए

Sub-Section Number :	2
Sub-Section Id :	80243727
Question Shuffling Allowed :	Yes

Question Number : 79 Question Id : 802437569 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

For $z \neq -i$, let $f(z) = \exp\left(\frac{1}{z+i}\right) - 1$. Which of the following are true?

Options :

8024372273. f has finitely many zeros

8024372274.

8024372275. f has a sequence of zeros that converges to a pole of f

8024372276. f has a sequence of zeros that converges to an essential singularity of f

Question Number : 79 Question Id : 802437569 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$z \neq -i$ के लिए $f(z) = \exp\left(\frac{1}{z+i}\right) - 1$ मानें। तब निम्न में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372273. f के परिमितानेक शून्य हैं

8024372274. f का शून्यों का अभिक्रम हैं जो f की अपनेय विचित्रता में अभिसरित होता है

8024372275. f का शून्यों का अभिक्रम है जो f के ध्रुव (पोल) में अभिसरित होता है

8024372276. f का शून्यों का अभिक्रम है जो f की अनिवार्य विचित्रता में अभिसरित होता है

Question Number : 80 Question Id : 802437570 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let f be a holomorphic function on the open unit disc $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$.

Suppose that $|f| \geq 1$ on $\mathbb{D}$ and $f(0) = i$.

Which of the following are possible values of $f\left(\frac{1}{2}\right)$?

Options :

8024372277. $-i$

8024372278. i

8024372279. 1

8024372280. -1

f को ओपन यूनिट डिस्क $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ पर पूर्ण सममितिक (होलोमार्फिक) फलन मानें। मानें कि $\mathbb{D}$ पर $|f| \geq 1$ तथा $f(0) = i$.

निम्न में से कौन से $f\left(\frac{1}{2}\right)$ के संभव मान हैं?

Options :

8024372277. $-i$

8024372278. i

8024372279. 1

8024372280. -1

Question Number : 81 Question Id : 802437571 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$ be the open unit disc and let $f: \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ be a holomorphic function. Suppose that $f(0) = 0$ and $f'(0) = 0$. Which of the following are possible values of $f\left(\frac{1}{2}\right)$?

Options :

8024372281. $1/4$

8024372282. $-1/4$

8024372283. $1/3$

8024372284. $-1/3$

Question Number : 81 Question Id : 802437571 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ ओपन यूनिट डिस्क को दर्शाता है तथा $f : \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ एक होलोमार्फिक फलन है। मान लें कि $f(0) = 0$ तथा $f'(0) = 0$ । निम्न में से कौन से $f\left(\frac{1}{2}\right)$ के संभव मान हैं?

Options :

8024372281. $1/4$

8024372282.

8024372283.

8024372284. $-1/3$

Question Number : 82 Question Id : 802437572 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let n be a positive integer. For a real number

$R > 1$, let $z(\theta) = Re^{i\theta}, 0 \leq \theta < 2\pi$.

The set $\{\theta \in [0, 2\pi) : |z(\theta)^n + 1| = |z(\theta)|^n - 1\}$ contains which of the following sets?

Options :

8024372285. $\{\theta \in [0,2\pi): \cos n\theta = 1\}$

8024372286. $\{\theta \in [0,2\pi) : \sin n\theta = 1\}$

8024372287. $\{\theta \in [0,2\pi) : \cos n\theta = -1\}$

8024372288. $\{\theta \in [0,2\pi): \sin n\theta = -1\}$

Question Number : 82 Question Id : 802437572 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि n एक धनात्मक पूर्णांक है। एक वास्तविक संख्या $R > 1$ के लिए,

$z(\theta) = Re^{i\theta}, 0 \leq \theta < 2\pi$ मान लें।

समुच्चय $\{\theta \in [0, 2\pi) : \ |z(\theta)^n + 1| = \ |z(\theta)|^n - 1\}$ में निम्न में से कौन से समुच्चय हैं?

Options :

8024372285. $\{\theta \in [0,2\pi): \cos n\theta = 1\}$

8024372286. $\{\theta \in [0,2\pi) : \ \sin n\theta = 1\}$

8024372287. $\{\theta \in [0,2\pi) : \ \cos n\theta = -1\}$

8024372288. $\{\theta \in [0,2\pi): \sin n\theta = -1\}$

Question Number : 83 Question Id : 802437573 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Which of the following statements are true?

Options :

8024372289. $\mathbb{Q}$ has countably many subgroups

8024372290. $\mathbb{Q}$ has uncountably many subsets

8024372291.

8024372292. $\mathbb{Q}$ is isomorphic to $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ as groups

Question Number : 83 Question Id : 802437573 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372289. $\mathbb{Q}$ के गणनीयत: बहु उपसमूह हैं

8024372290. $\mathbb{Q}$ के अगणनीयत: बहु उपसमुच्चय हैं

8024372291. $\mathbb{Q}$ का हर परिमितत: जनित उपसमूह चक्रीय है

8024372292. $\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$ के साथ समूह की तरह $\mathbb{Q}$ तुल्याकारी है

Question Number : 84 Question Id : 802437574 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $SL_2(\mathbb{Z}) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}): ad - bc = 1\right\}$ and for any prime p, let

$\Gamma(p) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbb{Z}) \middle| \begin{matrix} a \equiv 1(\text{mod } p), d \equiv 1(\text{mod } p) \\ c \equiv 0(\text{mod } p), b \equiv 0(\text{mod } p) \end{matrix} \right\}.$

Which of the following are true?

Options :

8024372293. $\Gamma(p)$ is a subgroup of $SL_2(\mathbb{Z})$

8024372294. $\Gamma(p)$ is not a normal subgroup of $SL_2(\mathbb{Z})$

8024372295. $\Gamma(p)$ has atleast two elements

8024372296. $\Gamma(p)$ is uncountable

Question Number : 84 Question Id : 802437574 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $SL_2(\mathbb{Z}) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}): ad - bc = 1\right\}$ तथा किसी भी अभाज्य p, के लिए मानें कि

$$\Gamma(p) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbb{Z}) \,\middle|\, \begin{matrix} a \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p), d \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p) \\ c \equiv 0 (\mathrm{mod}\, p), b \equiv 0 (\mathrm{mod}\, p) \end{matrix} \right\}.$$

तब निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372293. $\Gamma(p)$ एक उपसमूह है $SL_2(\mathbb{Z})$ का

8024372294. $\Gamma(p)$ एक प्रसामान्य उपसमूह नहीं है $SL_2(\mathbb{Z})$ का

8024372295. $\Gamma(p)$ के कम से कम दो अवयव (एलीमेंट) हैं

8024372296. $\Gamma(p)$ अगणनीय है

Question Number : 85 Question Id : 802437575 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let G be a finite group. Which of the following are true?

Options :

8024372297.

8024372298. If for any two subgroups A and B of G, either $A \subset B$ or $B \subset A$, then G is cyclic.

8024372299. If G is cyclic, then for any two subgroups A and B of G, either $A \subset B$ or $B \subset A$.

8024372300. If for every positive integer m dividing $|G|$, G has a subgroup of order m, then G is abelian.

Question Number : 85 Question Id : 802437575 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि G एक परिमित समूह है। तब निम्न में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372297. यदि $g \in G$ की कोटि (ऑर्डर) m है तथा यदि $n \geq 1$ से m भाजित है तब G का n कोटि (ऑर्डर) का उपसमूह है।

8024372298. यदि G के किन्हीं दो उपसमूहों A तथा B के लिए, या तो $A \subset B$ या $B \subset A$ हो तो G चक्रीय है।

यदि G चक्रीय है, तब G के किन्हीं दो उपसमूहों A तथा B के लिए, या तो $A \subset B$ या $B \subset A$

8024372299.

यदि $|G|$ को विभाजित करने वाले हर धनात्मक पूर्णांक m के लिए G का कोटि (ऑर्डर) m का उपसमूह है तब G आबेली है।

8024372300.

Question Number : 86 Question Id : 802437576 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let R,S be commutative rings with unity, $f: R \to S$ be a surjective ring homomorphism,

$Q \subseteq S$ be a non-zero prime ideal. Which of the following statements are true?

Options :

8024372301. $f^{-1}(Q)$ is a non-zero prime ideal in R

8024372302. $f^{-1}(Q)$ is a maximal ideal in R if R is a PID

8024372303. $f^{-1}(Q)$ is a maximal ideal in R if R is a finite commutative ring with unity

8024372304. $f^{-1}(Q)$ is a maximal ideal in R if $x^5 = x$ for all $x \in R$

Question Number : 86 Question Id : 802437576 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

यदि R,S इकाई वाले विनिमेय वलय हों, $f:R\rightarrow S$ एक आच्छादी वलय समाकारिता (होमोमार्फिज़्म) हो,

$Q\subseteq S$ एक शून्येतर अभाज्य गुणजावली हो। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

Options :

8024372301. $f^{-1}(Q)$ एक शून्येतर अभाज्य गुणजावली है R में

8024372302. $f^{-1}(Q)$ एक उच्चिष्ठ गुणजावली है R में, यदि R एक PID हो

8024372303. $f^{-1}(Q)$ एक उच्चिष्ठ गुणजावली है R में, यदि R इकाई वाला परिमित विनिमेय वलय हो

8024372304. $f^{-1}(Q)$ एक उच्चिष्ठ गुणजावली है R में, यदि $x^5=x$ सभी $x\in R$ के लिए

Question Number : 87 Question Id : 802437577 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Options :

8024372305. f is irreducible over $\mathbb{Z}[\sqrt{13}]$

8024372306. f is irreducible over $\mathbb{Q}$

8024372307. f is reducible over $\mathbb{Q}[\sqrt{13}]$

8024372308. $\mathbb{Z}[\sqrt{13}]$ is a unique factorization domain

Question Number : 87 Question Id : 802437577 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

बहुपद $f(x) = x^2 + 3x - 1$ पर विचार करें। निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

Options :

8024372305. $\mathbb{Z}[\sqrt{13}]$ पर f अलघुकरणीय है

8024372306. $\mathbb{Q}$ पर f अलघुकरणीय है

8024372307.

8024372308. $\mathbb{Z}[\sqrt{13}]$ अद्वितीय गुणनखंड प्रांत है

Question Number : 88 Question Id : 802437578 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let p be an odd prime such that $p \equiv 2 \pmod 3$. Let $\mathbb{F}_p$ be the field with p elements. Consider the subset E of $\mathbb{F}_p \times \mathbb{F}_p$ given by

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{F}_p \times \mathbb{F}_p : y^2 = x^3 + 1\}.$$

Which of the following are true?

Options :

8024372309. E has atleast two elements

8024372310. E has atmost $2p$ elements

8024372311. E can have p^2 elements

8024372312. E has atleast $2p$ elements

Question Number : 88 Question Id : 802437578 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि p एक विषम अभाज्य है इस तरह कि $p \equiv 2 \pmod 3$. मानें कि $\mathbb{F}_p$ ऐसा क्षेत्र (फ़ील्ड) हो जिसके p अवयव हों। $\mathbb{F}_p \times \mathbb{F}_p$ के ऐसे उपसमुच्चय E पर विचार करें जिसे निम्नवत लिखते हैं

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{F}_p \times \mathbb{F}_p \, : \, y^2 = x^3 + 1\}.$$

निम्नलिखित में से कौन से सही हैं?

Options :

8024372309. E के कम से कम दो अवयव हैं

8024372310. E के अधिक से अधिक $2p$ अवयव हैं

8024372311. E में p^2 अवयव हो सकते हैं

8024372312. E में कम से कम $2p$ अवयव हैं

Question Number : 89 Question Id : 802437579 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the subset of $\mathbb{R}^2$ defined as follows:

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : (x-1)\,(x-2)(y-3)(y+4) = 0\}$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372313. A is connected

8024372314. A is compact

8024372315. A is closed

8024372316. A is dense

Question Number : 89 Question Id : 802437579 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$\mathbb{R}^2$ के उस उपसमुच्चय पर विचार करें जिसे निम्नवत् परिभाषित किया हो :

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : (x-1)\,(x-2)(y-3)(y+4) = 0\}$

निम्न कथनों में से कौन से कथन सही हैं?

Options :

8024372313. A संबद्ध है

8024372314.

8024372315. A संवृत है

8024372316. A सघन है

Question Number : 90 Question Id : 802437580 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let X be a non-empty set. Suppose that τ_1 and τ_2 are two topologies over X, such that $\tau_2 \subset \tau_1$.

Which of the following statements imply that $\tau_1 = \tau_2$?

Options :

8024372317. (X, τ_1) *is* compact and τ_1 is T_2 (Hausdorff)

8024372318. (X, τ_1) is compact and τ_2 is T_2 (Hausdorff)

8024372319. The connected components of both (X, τ_1) and (X, τ_2) are same

8024372320.

Question Number : 90 Question Id : 802437580 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

X को एक अरिक्त समुच्चय मानें। मानें कि X पर τ_1 तथा τ_2 दो संस्थितियां इस प्रकार से हैं कि $\tau_2 \subset \tau_1$ । निम्न में से कौन से कथन का निहितार्थ है कि $\tau_1 = \tau_2$

Options :

8024372317. (X, τ_1) संहत है तथा τ_1 है T_2 (हाऊज़्डॉर्फ)

8024372318. (X, τ_1) संहत है तथा τ_2 है T_2 (हाऊज़्डॉर्फ)

8024372319. (X, τ_1) तथा (X, τ_2) दोनों के संबद्ध घटक एक जैसे हैं

8024372320. किसी भी उपसमुच्चय $A \subset X$ के लिए (X, τ_2) में A का संवरक(closure) (X, τ_1) में A के संवरक (closure) में अंतर्निष्ठ है

Sub-Section Number : 3
Sub-Section Id : 80243728
Question Shuffling Allowed : Yes

Question Number : 91 Question Id : 802437581 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

The following two-point boundary value problem

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0 \quad \text{for } x \in (0,\pi) \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = 0 \end{cases}$$

has a trivial solution $y = 0$. It also has a non-trivial solution for

Options :

8024372321. no values of $\lambda \in \mathbb{R}$

8024372322. $\lambda = 1$

8024372323. $\lambda = n^2$ for all $n \in \mathbb{N}, n > 1$

8024372324. $\lambda \leq 0$

Question Number : 91 Question Id : 802437581 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न द्वि-बिंदु परिसीमा मान समस्या

$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0 \quad \text{for } x \in (0,\pi) \\ y(0) = 0 \\ y(\pi) = 0 \end{cases}$$

का तुच्छ हल $y = 0$ है। इसका अतुच्छ हल भी निम्न के लिए है

Options :

8024372321.

8024372322. $\lambda = 1$

8024372323. $\lambda = n^2$ सभी $n \in \mathbb{N}, n > 1$ के लिए

8024372324. $\lambda \leq 0$

Question Number : 92 Question Id : 802437582 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let A be an $n \times n$ matrix with distinct eigenvalues $\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}$ with corresponding linearly independent eigenvectors $\{\mathbf{v}_1, \cdots, \mathbf{v}_n\}$.

Then, the non-homogeneous differential equation

$$\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}(t) + e^{\lambda_1 t}\mathbf{v}_1$$

Options :

8024372325. does not have a solution of the form $e^{\lambda_1 t}\mathbf{a}$ for any vector $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$

8024372326. has a solution of the form $e^{\lambda_1 t}\mathbf{a}$ for some vector $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$

8024372327.

does not have a solution of the form $e^{\lambda_1 t}\mathbf{a}+te^{\lambda_1 t}\mathbf{b}$ for any vectors $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$

8024372328.

Question Number : 92 Question Id : 802437582 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

A को भिन्न अभिलक्षणिक मानों $\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}$ तथा संगत रैखिकत: स्वतंत्र अभिलक्षणिक सदिश $\{\mathbf{v}_1, \cdots, \mathbf{v}_n\}$ वाला $n \times n$ आव्यूह मानें। तब असमांग अवकल समीकरण

$$\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}(t) + e^{\lambda_1 t}\mathbf{v}_1$$

का

Options :

किसी सदिश $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ के लिए $e^{\lambda_1 t}\mathbf{a}$ के रूप का हल नहीं है

8024372325.

किसी सदिश $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ के लिए $e^{\lambda_1 t}\mathbf{a}$ के रूप का हल है

8024372326.

कुछ सदिशों $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ के लिए $e^{\lambda_1 t}\mathbf{a}+te^{\lambda_1 t}\mathbf{b}$ के रूप का हल है

8024372327.

कोई भी सदिश $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ के लिए $e^{\lambda_1 t}\mathbf{a}+te^{\lambda_1 t}\mathbf{b}$ के रूप का हल नहीं है

8024372328.

Question Number : 93 Question Id : 802437583 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the solutions

$$y_1 := \begin{pmatrix} e^{-3t} \\ e^{-3t} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ and } y_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-5t} \\ e^{-5t} \end{pmatrix}$$

to the homogeneous linear system of differential equation

$$(*) \quad y'(t) = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -2 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 1 & -6 \end{pmatrix} y(t).$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372329. y_1 and y_2 form a basis for the set of all solutions to $(*)$

8024372330. y_1 and y_2 are linearly independent but do not form a basis for the set of all solutions to $(*)$

8024372331. There exists another solution y_3 such that $\{y_1, y_2, y_3\}$ form a basis for the set of all solutions to $(*)$

8024372332. y_1 and y_2 are linearly dependent

Question Number : 93 Question Id : 802437583 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

अवकल समीकरणों के समांग रैखिक तंत्र

$$(*) \quad y'(t) = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -2 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 1 & -6 \end{pmatrix} y(t).$$

के हलों

$$y_1 := \begin{pmatrix} e^{-3t} \\ e^{-3t} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ तथा } y_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-5t} \\ e^{-5t} \end{pmatrix}$$

पर विचार करें। निम्न कथनों में से कौन से कथन सत्य हैं?

Options :

8024372329. $(*)$ के सब हलों के समुच्चय के लिए y_1 तथा y_2 आधार हैं

8024372330. y_1 तथा y_2 रैखिकत: स्वतंत्र हैं लेकिन $(*)$ के सब हलों के समुच्चय का आधार नहीं है

8024372331. ऐसा एक और हल y_3 है कि $\{y_1, y_2, y_3\}$, $(*)$ के सब हलों के समुच्चय का आधार है

8024372332.

Question Number : 94 Question Id : 802437584 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the partial differential equations

(i) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (1 - \text{sgn}(y))\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(ii) $y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372333. Equation (i) is parabolic for $y > 0$ and elliptic for $y < 0$

8024372334. Equation (i) is hyperbolic for $y > 0$ and elliptic for $y < 0$

8024372335. Equation (ii) is elliptic in I and III quadrant and hyperbolic in II and IV quadrant

8024372336. Equation (ii) is hyperbolic in I and III quadrant and elliptic in II and IV quadrant

Question Number : 94 Question Id : 802437584 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न आंशिक अवकल समीकरणों पर विचार करें

(i) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (1 - \text{sgn}(y))\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

(ii) $y\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372333. समीकरण (i) परवलयिक है जब $y > 0$ दीर्घवृत्तीय है जब $y < 0$

8024372334. समीकरण (i) अतिपरवलयिक है जब $y > 0$ दीर्घवृत्तीय है जब $y < 0$

8024372335. I तथा III चतुर्थांशों में समीकरण (ii) दीर्घवृत्तीय तथा II तथा IV चतुर्थांशों में अतिपरवलीय है

8024372336. I तथा III चतुर्थांशों में समीकरण (ii) अतिपरवलीय तथा II तथा IV चतुर्थांशों में दीर्घवृत्तीय है

Question Number : 95 Question Id : 802437585 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the Cauchy problem

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0, |x| < 1, 0 < y < 1 \\ u(x, x^2) = 0, \quad \dfrac{\partial u}{\partial y}(x, x^2) = g(x), |x| < 1. \end{cases}$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372337. A necessary condition for a solution to exist is that g is an odd function

8024372338. A necessary condition for a solution to exist is that g is an even function

8024372339. The solution (if it exists) is given by $u(x, y) = 2\int_{x}^{\sqrt{y}} zg(z)dz$

8024372340. The solution (if it exists) is given by $u(x, y) = 2\int_{\sqrt{y}}^{x^2} zg(z)dz$

Question Number : 95 Question Id : 802437585 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न कॉंशी समस्या के लिए

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0, |x| < 1, 0 < y < 1 \\ u(x, x^2) = 0, \quad \dfrac{\partial u}{\partial y}(x, x^2) = g(x), |x| < 1. \end{cases}$$

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

Options :

8024372337. हल होने के लिए आवश्यक प्रतिबंध है कि g विषम फलन हो

8024372338. हल होने के लिए आवश्यक प्रतिबंध है कि g सम फलन हो

8024372339. हल (यदि हो) तो $u(x, y) = 2\int_{x}^{\sqrt{y}} zg(z)dz$ से दिया जाता है

8024372340. हल (यदि हो) तो $u(x, y) = 2\int_{\sqrt{y}}^{x^2} zg(z)dz$ ये दिया जाता है

Question Number : 96 Question Id : 802437586 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Fix a $\alpha \in (0,1)$. Consider the iteration defined by

$$(*) \qquad x_{k+1} = \frac{1}{2}(x_k^2 + \alpha), \qquad k = 0,1,2,\cdots$$

The above iteration has two distinct fixed points ζ_1 and ζ_2 such that

$0 < \zeta_1 < 1 < \zeta_2$.

Which of the following statements are true?

Options :

8024372341. The iteration $(*)$ is equivalent to the recurrence relation

$$x_{k+1} - \zeta_1 = \frac{1}{2}(x_k + \zeta_1)(x_k - \zeta_1), \qquad k = 0,1,2,\cdots$$

8024372342. The iteration $(*)$ is equivalent to the recurrence relation

$$x_{k+1} - \zeta_1 = \frac{1}{2}(x_k + \zeta_2)(x_k - \zeta_1), \qquad k = 0,1,2,\cdots$$

8024372343. If $0 \leq x_0 < \zeta_2$ then $\lim_{k\to\infty} x_k = \zeta_1$

8024372344. If $-\zeta_2 < x_0 \leq 0$ then $\lim_{k\to\infty} x_k = \zeta_1$

Question Number : 96 Question Id : 802437586 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

एक वास्तविक संख्या $\alpha \in (0,1)$ निश्चित कर लें। निम्न से परिभाषित पुनरावृत्ति पर विचार करें

$$(*) \qquad x_{k+1} = \frac{1}{2}(x_k^2 + \alpha), \qquad k = 0, 1, 2, \cdots$$

उपरिलिखित पुनरावृत्ति में दो भिन्न नियत बिंदु ζ_1 तथा ζ_2 इस प्रकार हैं कि

$0 < \zeta_1 < 1 < \zeta_2.$

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372341. पुनरावृत्ति $(*)$ निम्न पुनरावर्ती संबंध के तुल्य हैं

$$x_{k+1} - \zeta_1 = \frac{1}{2}(x_k + \zeta_1)(x_k - \zeta_1), \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

8024372342. पुनरावृत्ति $(*)$ निम्न पुनरावर्ती संबंध के तुल्य हैं

$$x_{k+1} - \zeta_1 = \frac{1}{2}(x_k + \zeta_2)(x_k - \zeta_1), \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

8024372343. यदि $0 \le x_0 < \zeta_2$ तब $\lim_{k \to \infty} x_k = \zeta_1$

8024372344. यदि $-\zeta_2 < x_0 \le 0$ तब $\lim_{k \to \infty} x_k = \zeta_1$

Question Number : 97 Question Id : 802437587 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the function $f: [0,1] \to \mathbb{R}$ defined by

$$f(x) := \begin{cases} 2^{-\left\{1+\left(\log_2\left(\frac{1}{x}\right)\right)^{\frac{1}{\beta}}\right\}^{\beta}} & \text{for } x \in (0,1] \\ 0 & \text{for } \quad x = 0, \end{cases}$$

where $\beta \in (0, \infty)$ is a parameter. Consider the iterations

$$x_{k+1} = f(x_k) \quad , \quad k = 0, 1, \cdots ; x_0 > 0.$$

Which of the following statements are true about the iteration ?

Options :

8024372345. For $\beta = 1$, the sequence $\{x_k\}$ converges to 0 linearly with asymptotic rate of convergence $\log_{10} 2$

8024372346. For $\beta > 1$, the sequence $\{x_k\}$ does not converge to 0

8024372347. For $\beta \in (0, 1)$, the sequence $\{x_k\}$ converges to 0 sublinearly

8024372348. For $\beta \in (0, 1)$, the sequence $\{x_k\}$ converges to 0 superlinearly

Question Number : 97 Question Id : 802437587 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न से परिभाषित फलन $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ विचार करें

$$f(x) := \begin{cases} 2^{-\left\{1+\left(\log_2\left(\frac{1}{x}\right)\right)^{\frac{1}{\beta}}\right\}^{\beta}} & \text{for } x \in (0,1] \\ 0 & \text{for} \quad x = 0, \end{cases}$$

जहां $\beta \in (0,\infty)$ एक प्राचल है। निम्न पुनरावृत्तियों पर विचार करें

$$x_{k+1} = f(x_k) \qquad , \quad k = 0,1,\cdots; x_0 > 0.$$

पुनरावृत्ति के संदर्भ में निम्न में से कौन सत्य हैं?

Options :

8024372345. $\beta = 1$ के लिए, अनुक्रम $\{x_k\}$ उपगामी (asymptotic) अभिसरण दर $\log_{10} 2$ से शून्य में रैखिकत: अभिसरित होता है।

8024372346. $\beta > 1$ के लिए, अनुक्रम $\{x_k\}$ शून्य में अभिसरित नहीं होता।

8024372347. $\beta \in (0,1)$, अनुक्रम $\{x_k\}$ उपरैखिकत: 0 में अभिसरित होता है।

8024372348. $\beta \in (0,1)$ के लिए, अनुक्रम $\{x_k\}$ अतिरैखिकत: (सूपर लीनियर्ली) शून्य में अभिसरित होता है।

Question Number : 98 Question Id : 802437588 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

The extremal of the functional

$$J(y) = \int_0^1 e^x \sqrt{1 + (y')^2}\, dx, y \in C^2[0,1]$$

is of the form

Options :

8024372349. $y = \sec^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, where c_1 and c_2 are arbitrary constants

8024372350. $y = \sec^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, where $|c_1| < 1$ and c_2 is an arbitrary constant

8024372351. $y = \tan^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, where c_1 and c_2 are arbitrary constants

8024372352. $y = \tan^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, where $|c_1| > 1$ and c_2 is an arbitrary constant

Question Number : 98 Question Id : 802437588 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न फलनक

$$J(y) = \int_0^1 e^x \sqrt{1 + (y')^2} dx, y \in C^2[0,1]$$

का चरम इस रूप का है

Options :

8024372349. $y = \sec^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, जहां c_1 तथा c_2 स्वेच्छ अचर है

8024372350. $y = \sec^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, जहां $|c_1| < 1$ तथा c_2 स्वेच्छ अचर हैं

8024372351. $y = \tan^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, जहां c_1 तथा c_2 स्वेच्छ अचर हैं

8024372352. $y = \tan^{-1}\left(\frac{x}{c_1}\right) + c_2$, जहां $|c_1| > 1$ तथा c_2 स्वेच्छ अचर है

Question Number : 99 Question Id : 802437589 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the functional

$$J(y) = \int_0^{\pi} \left((y')^2 - ky^2\right) dx$$ with boundary conditions $y(0) = 0, y(\pi) = 0$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372353. It has a unique extremal for all $k \in \mathbb{R}$

8024372354. It has at most one extremal if $\sqrt{k}$ is not an integer

8024372355. It has infinitely many extremals if $\sqrt{k}$ is an integer

8024372356. It has a unique extremal if $\sqrt{k}$ is an integer

Question Number : 99 Question Id : 802437589 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न फलनक पर विचार करें

$J(y) = \int_0^{\pi}((y')^2 - ky^2)dx$ जिसके परिसीमा प्रतिबंध $y(0) = 0, y(\pi) = 0$ हैं।

निम्न कथनों में से कौन सत्य हैं?

Options :

8024372353.

8024372354. इसका अधिक से अधिक एक चरम है यदि $\sqrt{k}$ एक पूर्णांक नहीं है ।

8024372355. इसके अंनतत: बहु चरम हैं यदि $\sqrt{k}$ एक पूर्णांक है।

8024372356. इसका एक अद्वितीय चरम है यदि $\sqrt{k}$ एक पूर्णांक है ।

Question Number : 100 Question Id : 802437590 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

For the Fredholm integral equation

$$y(s) = \lambda \int_0^1 e^s e^t y(t)dt$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372357. It has a non-trivial solution satisfying $\int_0^1 e^t y(t)dt = 0$

8024372358. Only the trivial solution satisfies $\int_0^1 e^t y(t)dt = 0$

8024372359.

It has non-trivial solutions only if $\lambda = \frac{2}{e^2-1}$ and $\int_0^1 e^t y(t)dt \neq 0$

8024372360.

Question Number : 100 Question Id : 802437590 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न फ्रेडहोम समाकल समीकरण

$$y(s) = \lambda \int_0^1 e^s e^t y(t)dt$$

के लिए निम्न कथनों में से कौन सत्य हैं?

Options :

इसका अतुच्छ हल है $\int_0^1 e^t y(t)dt = 0$ को संतुष्ट करता हुआ

8024372357.

इसका केवल तुच्छ हल $\int_0^1 e^t y(t)dt = 0$ को संतुष्ट करता है

8024372358.

इसके अतुच्छ हल हैं सब $\lambda \neq 0$ के लिए

8024372359.

इसके अतुच्छ हल हैं केवल यदि $\lambda = \frac{2}{e^2-1}$ तथा $\int_0^1 e^t y(t)dt \neq 0$

8024372360.

Question Number : 101 Question Id : 802437591 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the partial differential equation

$$z = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y}$$

Which of the following statements are true?

Options :

8024372361. The complete integral is $z = xa + yb + ab,\ a, b$ arbitrary constants

8024372362. The complete integral is $z = xa + yb + \sqrt{a^2 + b^2}, a, b$ arbitrary constants

8024372363. The particular solution passing through $x = 0$ and $z = y^2$ is $\left(\frac{x}{4} - y\right)^2$

8024372364. The particular solution passing through $x = 0$ and $z = y^2$ is $\left(\frac{x}{4} + y\right)^2$

Question Number : 101 Question Id : 802437591 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

निम्न आंशिक अवकल समीकरण पर विचार करें

$$z = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y}$$

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372361. पूर्ण समाकल है $z = xa + yb + ab,\ a, b$ स्वेच्छ अचर

8024372362. पूर्ण समाकल है $z = xa + yb + \sqrt{a^2 + b^2}, a, b$ स्वेच्छ अचर

8024372363. $x = 0$ तथा $z = y^2$ से होकर जाने वाला विशिष्ट हल $\left(\frac{x}{4} - y\right)^2$ है

8024372364. $x = 0$ तथा $z = y^2$ से होकर जाने वाला विशिष्ट हल $\left(\frac{x}{4} + y\right)^2$ है

Question Number : 102 Question Id : 802437592 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider a dynamical system with the Lagrangian function $L(q,\ \dot{q}) = T - U$, where the kinetic energy

$$T = a(q)\dot{q}^2 \geq 0$$

and the potential energy $U := U(q)$ with $a(q) > 0$.
Which of the following statements are true?

Options :

8024372365. The associated Lagrange's equation is

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial L}{\partial q}$$

8024372366. The associated Lagrange's equation is

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$$

8024372367. The point $(q_0, \dot{q}_0)$ is an equilibrium position of the dynamical system if and only if

$$\dot{q}_0 = 0 \quad \text{and} \quad \left.\frac{\partial U}{\partial q}\right|_{q=q_0} = 0$$

The point $(q_0, \dot{q_0})$ is an equilibrium position of the dynamical system if and only if

$$\dot{q}_0 = 0 \quad \text{and} \quad \left.\frac{\partial U}{\partial q}\right|_{q=q_0} > 0$$

8024372368.

Question Number : 102 Question Id : 802437592 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

लग्रांजी फलन $L(q,\ \dot{q}) = T - U$ के साथ एक गतिक संतुलन पर विचार करें जहां गतिज ऊर्जा

$$T = a(q)\dot{q}^2 \geq 0$$

तथा स्थैतिक ऊर्जा $U := U(q)$ और जहां $a(q) > 0$.

निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

संबंधित लग्रांज-समीकरण है

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial L}{\partial q}$$

8024372365.

संबंधित लग्रांज-समीकरण है

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$$

8024372366.

बिंदु $(q_0, \dot{q}_0)$ गतिक तंत्र की एक संतुलन स्थिति है यदि और केवल यदि

$$\dot{q}_0 = 0 \quad \text{तथा} \quad \left.\frac{\partial U}{\partial q}\right|_{q=q_0} = 0$$

8024372367.

बिंदु $(q_0, \dot{q}_0)$ गतिक तंत्र की एक संतुलन स्थिति है यदि और केवल यदि

$$\dot{q}_0 = 0 \quad \text{तथा} \quad \left.\frac{\partial U}{\partial q}\right|_{q=q_0} > 0$$

8024372368.

Sub-Section Number : 4

Sub-Section Id : 80243729

Question Shuffling Allowed : Yes

Question Number : 103 Question Id : 802437593 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let X and Y be independent random variables with $E(X) = E(Y) = 0$ and $Var(X) = Var(Y) = 1$.

Let $Z = X + Y$. Which of the following statements are correct?

Options :

8024372369. $P(|Z| > \varepsilon) \leq 2/\varepsilon^2$

8024372370. $E\left(|Z|\right) \leq \sqrt{2}$

8024372371. $E(Z^2) = 2$

8024372372. $P(Z \leq 0) = P(Z \geq 0)$

Question Number : 103 Question Id : 802437593 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$E(X) = E(Y) = 0$ तथा $Var(X) = Var(Y) = 1$ के साथ X तथा Y को स्वतंत्र यादृच्छिक चर मान लें।

$Z = X + Y$ मानें। निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

Options :

8024372369. $P(|Z| > \varepsilon) \leq 2/\varepsilon^2$

8024372370. $E\ (|Z|)\ \leq \sqrt{2}$

8024372371.

8024372372. $P(Z \leq 0) = P(Z \geq 0)$

Question Number : 104 Question Id : 802437594 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Options :

8024372373. $\rho = 0$ if and only if $X_1, X_2, \cdots, X_n$ are independent

8024372374. $Var(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = n$ if and only if $X_1, X_2, \cdots, X_n$ are independent

8024372375. $Var(X + X_2 + \cdots + X_n) = n$ if and only if $X_1, X_2, \cdots, X_n$ are pairwise independent

8024372376. $Var(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = n$ if and only if $\rho = 0$

Question Number : 104 Question Id : 802437594 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $n > 1$ के लिए, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ ऐसे यादृच्छिक चर हैं कि $E(X_i) = 0$ तथा $E\left(X_i^2\right) = 1$ सभी i के लिए तथा $E\left(X_i X_j\right) = \rho$ सभी $i \neq j$ के लिए। निम्न कथनों में से कौन से सत्य हैं?

Options :

8024372373. $\rho = 0$ यदि और केवल यदि $X_1, X_2, \cdots, X_n$ स्वतंत्र हैं

8024372374.

8024372375. $Var(X + X_2 + \cdots + X_n) = n$ यदि और केवल यदि $X_1, X_2, \cdots, X_n$ युग्मत: स्वतंत्र हैं

8024372376. $Var(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = n$ यदि और केवल यदि $\rho = 0$

Question Number : 105 Question Id : 802437595 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider a Markov chain with a countable state space S. Identify the correct statements.

Options :

8024372377. If the Markov chain is aperiodic and irreducible then there exists a stationary distribution

8024372378. If the Markov chain is aperiodic and irreducible then there is at most one stationary distribution

8024372379. If S is finite then there exists a stationary distribution

8024372380. If S is finite then there is exactly one stationary distribution

Question Number : 105 Question Id : 802437595 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

गणनीय अवस्था समष्टि S वाली मार्कोव श्रृंखला पर विचार करें। सही कथन को पहचानें।

Options :

8024372377. यदि मार्कोव श्रृंखला अनावर्ती तथा अलघुकरणीय है तब एक स्थिर बंटन होगा

8024372378. यदि मार्कोव श्रृंखला अनावर्ती तथा अलघुकरणीय है तब अधिक से अधिक एक स्थिर बंटन होगा

8024372379. यदि S परिमित है तो कोई स्थिर बंटन होगा

8024372380. यदि S परिमित है तो ठीक-ठीक एक स्थिर बंटन होगा

Question Number : 106 Question Id : 802437596 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider a Markov chain with transition probability matrix

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Let $\pi = \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right)$.

Then which of the following statements are correct?

Options :

8024372381. π is a stationary distribution

8024372382. If η is a stationary distribution, then $\eta = \pi$

8024372383. The Markov chain is periodic

8024372384. The Markov chain is irreducible

Question Number : 106 Question Id : 802437596 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि एक मार्कोव श्रृंखला है जिसके लिए संक्रमण प्रायिकता आव्यूह निम्नवत् है

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

मानें कि $\pi = \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right)$.

तब निम्न कथनों में से कौन सा कथन सही है?

Options :

8024372381. π एक स्थिर बंटन है

8024372382. यदि η एक स्थिर बंटन है तो $\eta = \pi$

8024372383. मार्कोव श्रृंखला अनावर्ती नहीं है

8024372384. मार्कोव श्रृंखला अलघुकरणीय है

Question Number : 107 Question Id : 802437597 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Suppose $X_1, X_2, \cdots, X_n$ are i.i.d. random variables with characteristic function $\phi(t; \underline{\theta}) = E[e^{itX_1}]$ where $\underline{\theta} \in \mathbb{R}^k$ is the parameter of the distribution. Let $Z = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$. Then for which of the following distributions of X_1 would the characteristic function of Z be of the form $\phi(t; \underline{\alpha})$ for some $\underline{\alpha} \in \mathbb{R}^k$?

Options :

8024372385. Negative Binomial

8024372386. Geometric

8024372387. Hypergeometric

8024372388. Discrete Uniform

Question Number : 107 Question Id : 802437597 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि अभिलक्षणिक फलन $\phi(t; \underline{\theta}) = E[e^{itX_1}]$ के साथ $X_1, X_2, \cdots, X_n$ i.i.d. यादृच्छिक चर हैं जहां $\underline{\theta} \in \mathbb{R}^k$ बंटन का प्राचल है। मानें कि $Z = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$. तब किसी $\underline{\alpha} \in \mathbb{R}^k$ के लिए X_1 के निम्न में से किस बंटन के लिए Z का अभिलक्षणिक फलन $\phi(t; \underline{\alpha})$ के रूप में होगा?

Options :

8024372385. ऋणात्मक द्विपद

8024372386.

8024372387. अतिज्यामितीय (हाईपर ज्यामीट्रिक)

8024372388. विविक्त यूनिफार्म (Discrete Uniform)

Question Number : 108 Question Id : 802437598 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $X_1, X_2, \cdots, X_n$ be i.i.d. with the common pdf $f(x|\theta) = \frac{\theta}{x^{\theta+1}}$, for $x > 1$ where $\theta > 1$ is an unknown parameter. Which of the following estimators of θ are consistent?

Options :

8024372389. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

8024372390. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \log(X_i)$

8024372391. $\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} X_i}$

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \log(X_i)}$$
8024372392.

Question Number : 108 Question Id : 802437598 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $X_1, X_2, \cdots, X_n$ i.i.d. हैं जिनका सार्वनिष्ठ pdf $f(x|\theta) = \frac{\theta}{x^{\theta+1}},$ है $x > 1$ जहां $\theta > 1$ अज्ञात, प्राचाल है। निम्न में से θ के कौन से आकलक संगत हैं?

Options :

8024372389. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

8024372390. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \log(X_i)$

8024372391. $\frac{n}{\sum_{i=1}^{n} X_i}$

8024372392.

Question Number : 109 Question Id : 802437599 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $X_1, X_2, \cdots, X_n$ be i.i.d. with the common probability mass function

$$p(x|\theta) = \theta^x(1-\theta)^{1-x},\ \ x = 0 \text{ or } 1, \text{and } 0 \leq \theta \leq \frac{1}{2}$$

Then

Options :

8024372393. the method of moments estimator of θ is $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

8024372394. the MLE of θ is $\min_{1 \leq i \leq n} X_i$

8024372395. the method of moments estimator of θ is $\min_{1 \leq i \leq n} X_i$

8024372396. the MLE of θ is $\min\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \frac{1}{2}\right\}$

Question Number : 109 Question Id : 802437599 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ को निम्न सार्वनिष्ठ प्रायिकता संहति फलन का i.i.d. मानें

$$p(x|\theta) = \theta^x(1-\theta)^{1-x},\ \ x = 0 \text{ or } 1, \text{and } 0 \leq \theta \leq \frac{1}{2}$$

तब

Options :

8024372393.

θ का MLE है $\min_{1 \le i \le n} X_i$

8024372394.

θ का method of moments आकलक है $\min_{1 \le i \le n} X_i$

8024372395.

θ का MLE है $\min\left\{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \frac{1}{2}\right\}$

8024372396.

Question Number : 110 Question Id : 802437600 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let the pdf of X be $f(x|\theta) = \frac{2x}{\theta^2}$, for $0 < x < \theta$, where $\theta > 0$ is unknown parameter. Which of the following are $100(1-\alpha)\%$ confidence intervals for θ?

Options :

8024372397. $\left[X, \frac{X}{\sqrt{\alpha}}\right]$

8024372398. $[X, 2X]$

8024372399. $\left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-\alpha}}X,\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha}}X\right]$

8024372400. $[0,\ X]$

Question Number : 110 Question Id : 802437600 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि X का pdf $f(x|\theta) = \frac{2x}{\theta^2}$, for $0 < x < \theta$ है जहां $\theta > 0$ अज्ञात प्राचल है। निम्न में से कौन से θ के लिए $100(1-\alpha)\%$ विश्वास्यता अंतराल है?

Options :

8024372397. $\left[X, \frac{X}{\sqrt{\alpha}}\right]$

8024372398. $[X, 2X]$

8024372399.

8024372400.

Question Number : 111 Question Id : 802437601 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

X has binomial distribution with parameters n and p. Suppose that n is given and the unknown parameter p has prior distribution, which is uniform on the interval $[0,1]$. Consider the squared error loss function and the observation $X = n$. Identify the correct statement.

Options :

8024372401. The Bayes estimate of p is $\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$

8024372402. The Bayes estimate of p is $2^{-1/(n+1)}$

8024372403. The median of the posterior distribution of p is $2^{-1/(n+1)}$

8024372404. The median of the posterior distribution of p is $\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$

Question Number : 111 Question Id : 802437601 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

X का बंटन द्विपदीय है जिसके प्राचल n तथा p हैं। मानें कि n दिया गया है तथा अज्ञात प्राचल p का पूर्व बंटन है जो अंतराल $[0,1]$ पर एकसमान है। वर्गित त्रुटि हानि फलन पर तथा पर्यवेक्षण $X = n$ पर विचार करें। सही कथन को पहचानें।

Options :

8024372401.

8024372402. p का बेज़ आकलन है $2^{-1/(n+1)}$

8024372403. p के उत्तर बंटन की मधिका है $2^{-1/(n+1)}$

8024372404. p के उत्तर बंटन की मधिका है $\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$

Question Number : 112 Question Id : 802437602 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let X_1, X_2, X_3 be a random sample from the uniform distribution on the interval $(0, \theta)$. Suppose the prior distribution of θ is uniform on the interval $(0, 1)$. Let $X_{(3)} = \max\{X_1, X_2, X_3\}$. Consider the squared error loss function. Which of the following statements are necessarily true?

Options :

8024372405. Bayes estimator of θ is unique

8024372406. $\frac{1}{X_{(3)}}$ is a Bayes estimator of θ

8024372407.

8024372408. $\frac{1-X_{(3)}}{X_{(3)}}$ is a Bayes estimator of θ

Question Number : 112 Question Id : 802437602 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $(0,\theta)$ अंतराल पर एकसमान बंटन में से यादृच्छिक नमूने X_1, X_2, X_3 हैं। मानें कि θ का पूर्व बंटन अंतराल $(0,1)$ पर एकसमान है। मानें कि $X_{(3)} = \max\{X_1, X_2, X_3\}$. वर्गित त्रुटि-हानि फलन पर विचार करें। निम्न कथनों में से कौन-से अनिवार्यत: सत्य हैं?

Options :

8024372405. θ को बेज़ आकलक अद्वितीय है

8024372406. $\frac{1}{X_{(3)}}$ बेज़ आकलक है θ का

8024372407. $X_{(3)}$ बेज़ आकलक है θ का

8024372408. $\frac{1-X_{(3)}}{X_{(3)}}$ बेज़ आकलक है θ का

Question Number : 113 Question Id : 802437603 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider the Gauss-Markov model $\boldsymbol{Y}_{n\times1} = \boldsymbol{X}_{n\times p}\boldsymbol{\beta}_{p\times1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{n\times1}$, where $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$ and Dispersion $(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\boldsymbol{I}_{n\times n}$. Suppose that $p < n$. Which of the following are correct?

Options :

8024372409. Least-squares estimate of $\boldsymbol{\beta}$ is unique

8024372410. Least-squares estimate of an estimable linear function of $\boldsymbol{\beta}$ is unique

8024372411. Least-squares estimate of $\boldsymbol{X\beta}$ is unique

8024372412. Determinant $(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}) > 0$

Question Number : 113 Question Id : 802437603 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

गौस-मार्कोव मॉडल $\boldsymbol{Y}_{n\times1} = \boldsymbol{X}_{n\times p}\boldsymbol{\beta}_{p\times1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{n\times1}$ पर विचार करें, जहां $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$ तथा

विक्षेपण $(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\boldsymbol{I}_{n\times n}$. मानें कि $p < n$. निम्न में कौन से सही हैं?

Options :

8024372409. $\boldsymbol{\beta}$ का न्यूनतम वर्ग आकल अद्वितीय है

8024372410.

8024372411. $X\beta$ का न्यूनतम वर्ग आकल अद्वितीय है

8024372412. डिटर्मिनेंट $(X^T X) > 0$

Question Number : 114 Question Id : 802437604 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $p > 1$ and $1 > \rho \geq 0$. Consider a multiple linear regression problem with p independent variables $X_1, X_2, \cdots, X_p$ and a dependent variable Y. Suppose that the correlation between Y and X_i is ρ and the correlation between X_i and X_j is also ρ for all $1 \leq i < j \leq p$. Which of the following are correct?

Options :

8024372413. The multiple correlation between Y and $(X_1, \cdots, X_p)$ is larger than or equal to ρ

8024372414. The multiple correlation between Y and $(X_1, \cdots, X_p)$ will be ρ if $\rho = 0$

8024372415. The multiple correlation between Y and $(X_1, \cdots, X_p)$ will be ρ only if $\rho = 0$

8024372416.

Question Number : 114 Question Id : 802437604 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $p > 1$ तथा $1 > \rho \geq 0$. एक ऐसी बहुरैखिक समाश्रयण समस्या पर विचारें जिसके p स्वतंत्र चर $X_1, X_2, \cdots, X_p$ हैं तथा एक आश्रित चर Y है। मानें कि Y तथा X_i के मध्य सहसंबध ρ है तथा X_i तथा X_j के बीच भी सहसंबंध ρ है, सभी $1 \leq i < j \leq p$ के लिए। निम्न में से कौन-से सही हैं?

Options :

8024372413. Y तथा $(X_1, \cdots, X_p)$ के बीच बहुसहसंबंध ρ के बराबर या उससे बड़ा है

8024372414. Y तथा $(X_1, \cdots, X_p)$ के बीच बहुसहसंबंध ρ होगा यदि $\rho = 0$

8024372415. Y तथा $(X_1, \cdots, X_p)$ के बीच बहुसहसंबंध ρ केवल तब होगा जब $\rho = 0$

8024372416. Y तथा $(X_1, \cdots, X_p)$ के मध्य बहुसहसंबंध 1 की ओर प्रवृत्त (टेंड) होता है जैसे-जैसे $p \to \infty$

Question Number : 115 Question Id : 802437605 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $n > 2$ and $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ be fixed. Let $X_1, \cdots, X_n$ be i.i.d. normal random variables with mean zero and variance $\sigma^2 > 0$. For $i = 1, \cdots, n$ define

$Y_{2i-1} = X_i \cos\theta$ and $Y_{2i} = X_i \sin\theta$. Further, let $Z^T = (Y_1, Y_2, \cdots, Y_{2n})$, and

$V^T = (X_1, Y_1, Y_2,\ X_2, Y_3,\ Y_4, \cdots, X_n, Y_{2n-1}, Y_{2n})$.

Which of the following statements are correct?

Options :

8024372417. Z^T has a multivariate normal distribution

8024372418. There exists a constant C, such that CZ^TZ has a chi-square distribution

8024372419. V^T has a multivariate normal distribution

8024372420. $E\left(\frac{1}{V^TV}\right) < \infty$

Question Number : 115 Question Id : 802437605 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $n > 2$ तथा $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ नियत हो। मानें कि $X_1, \cdots, X_n$ i.i.d. प्रसामान्य यादृच्छिक चर हों जिनका माध्य शून्य तथा प्रसरण $\sigma^2 > 0$ हो। $i = 1, \cdots, n$ के लिए

$Y_{2i-1} = X_i \cos\theta$ एवं $Y_{2i} = X_i \sin\theta$ मानें। फिर $Z^T = (Y_1, Y_2, \cdots, Y_{2n})$ मानें तथा

$$V^T = (X_1, Y_1, Y_2,\ X_2, Y_3,\ Y_4, \cdots, X_n, Y_{2n-1}, Y_{2n}).$$

तब निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

Options :

8024372417. Z^T का बहुचर प्रसामान्य बंटन है

8024372418. एक ऐसा स्थिरांक C है कि CZ^TZ का काई-वर्ग बंटन होगा

8024372419. V^T का बहुचर प्रसामान्य बंटन है

8024372420. $E\left(\frac{1}{V^TV}\right) < \infty$

Question Number : 116 Question Id : 802437606 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

For circular systematic sampling, which of the following are correct?

Options :

8024372421.

8024372422. Sample mean and sample variance are unbiased estimates for population mean and population variance respectively

8024372423. Sample mean is not an unbiased estimate for population mean but sample variance is an unbiased estimate for population variance

8024372424. Neither sample mean nor sample variance is an unbiased estimate for their population counterparts

Question Number : 116 Question Id : 802437606 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

वृत्तीय (सर्क्युलर) व्यवस्थित प्रतिचयन के लिए निम्न में से कौन सही हैं?

Options :

8024372421. नमूना माध्य समष्टि माध्य का अनभिनत आकल है परंतु नमूना प्रसरण समष्टि प्रसरण के लिए अनभिनत आकल नहीं है

8024372422. नमूना माध्य तथा नमूना प्रसरण क्रमश: समष्टि माध्य तथा समष्टि प्रसरण के लिए अनभिनत आकल है

नमूना माध्य समष्टि माध्य के लिए अनभिनत आकल नहीं है परंतु नमूना प्रसरण समष्टि प्रसरण का अनभिनत आकल है

8024372423.

न तो नमूना माध्य और न ही नमूना प्रसरण उनके प्रतिस्थानियों के लिए अनभिनत आकल है

8024372424.

Question Number : 117 Question Id : 802437607 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

In a Randomized Block Design with one observation per cell, and data satisfying the standard linear model, which of the following are correct?

Options :

8024372425. Mean treatment effects are estimable

8024372426. Mean block effects are estimable

8024372427. Treatment-Block interactions are NOT estimable

8024372428. Treatment and block effects as well as treatment-block interactions are estimable

Question Number : 117 Question Id : 802437607 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

किसी यादृच्छिकृत ब्लॉक अभिकल्प जिसमें हर सेल में एक प्रर्यवेक्षण है तथा मानक रैखिक निदर्श को संतुष्ट कर रहे आँकड़ों के लिए निम्न में कौन से सही हैं?

Options :

8024372425. माध्य उपचार प्रभाव आकलनीय हैं

8024372426. माध्य ब्लॉक प्रभाव आकलनीय हैं

8024372427. उपचार-ब्लॉक अन्योन्य क्रियायें (interactions) आकलनीय नहीं हैं

8024372428. उपचार तथा ब्लॉक प्रभाव के साथ-साथ उपचार-ब्लॉक अन्योन्य क्रिया (interactions) आकलनीय हैं

Question Number : 118 Question Id : 802437608 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Suppose $\lambda(t)$ for $t \geq 0$ is a continuous hazard function of a non-negative random variable X, where $\lambda(t) \geq 1$. Which of the following statements are always true?

Options :

8024372429.

$\lambda^2(t)$ is also a hazard function

8024372430.

$c\lambda(t)$ for $c \geq 0$ is also a hazard function

8024372431.

$\log \lambda(t)$ is a hazard function

8024372432.

Question Number : 118 Question Id : 802437608 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $t \geq 0$ के लिए, $\lambda(t)$ ऋणेतर यादृच्छिक चर X का संतत संकट फलन है, जहां

$\lambda(t) \geq 1$ है। तब निम्न में से कौन से कथन $t \geq 0$ के लिए सदा सत्य हैं?

Options :

$\frac{1}{\lambda(t)}$ एक संकट फलन है

8024372429.

$\lambda^2(t)$ भी एक संकट फलन है

8024372430.

$c\lambda(t)$ भी $c \geq 0$ के लिए एक संकट फलन है

8024372431.

8024372432.

Question Number : 119 Question Id : 802437609 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Let $X_i = \theta + \varepsilon_i, 1 \leq i \leq n$ where $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n$ are i.i.d. with pdf

$g(\varepsilon) = |\varepsilon|, -1 < \varepsilon < 1$. Let

$T_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ and $T_2 = X_{\left(\left[\frac{3n}{4}\right]+1\right)}$, the sample 75th percentile. Which of the following are correct?

Options :

8024372433. T_1 is a consistent and asymptotically normal estimator of θ

8024372434. $T_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ is a consistent and asymptotically normal estimator of θ

8024372435. The asymptotic variance of T_1 is $\frac{1}{2n}$

8024372436. The asymptotic variance of T_2 is $\frac{3}{8n}$

Question Number : 119 Question Id : 802437609 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No

Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

मानें कि $X_i = \theta + \varepsilon_i, 1 \le i \le n$ जहां $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_n$ ऐसे i.i.d. हैं जिनका pdf

$g(\varepsilon) = |\varepsilon|, \ -1 < \varepsilon < 1$ । मानें कि

$T_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ तथा $T_2 = X_{\left(\left[\frac{3n}{4}\right]+1\right)}$, प्रतिदर्श 75th पर्सेन्टाईल है। निम्न में से कौन से सही हैं?

Options :

8024372433. θ का T_1 एक संगत तथा उपगामी प्रसामान्य आकलक है

8024372434. $T_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$, θ का एक संगत तथा उपगामी प्रसामान्य आकलक है

8024372435. T_1 का उपगामी प्रसरण $\frac{1}{2n}$ है

8024372436. T_2 का उपगामी प्रसरण $\frac{3}{8n}$ है

Question Number : 120 Question Id : 802437610 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No
Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

Consider a M/M/1 queue with arrival rate λ and service rate μ. Let $Q_0 = 0$ and Q_t denote the queue length at time t. Which of the following statements are true?

Options :

8024372437.

8024372438. The stationary distribution of the process (Q_t) is geometric, when it exists

8024372439. $\lim_{t\to\infty} P(Q_t > k) = 1$ for all $k < \infty$ if $\lambda > \mu$

8024372440. $\lim_{t\to\infty} P(Q_t > k) = 2^{-(k+1)}$ for all $k < \infty$ if $\lambda = \frac{\mu}{2}$

Question Number : 120 Question Id : 802437610 Question Type : MSQ Option Shuffling : No Is Question Mandatory : No Correct Marks : 4.75 Wrong Marks : 0

आगमन दर λ तथा सेवा दर μ वाली एक M/M/1 पंक्ति पर विचार करें। मानें कि $Q_0 = 0$ तथा Q_t समय t पर पंक्ति की लंबाई इंगित करते हैं। निम्न कथनों में से कौन-से सत्य हैं?

Options :

8024372437. (Q_t) के लिए स्थिर (स्टेशनरी) बंटन है यदि और केवल यदि $\lambda \leq \mu$

8024372438. जब हो, तो प्रक्रिया (Q_t) का स्थिर (स्टेशनरी) बंटन ज्यामितीय होगा

8024372439.

$$\lim_{t\to\infty} P(Q_t > k) = 2^{-(k+1)}$$ सभी $k < \infty$ के लिए यदि $\lambda = \frac{\mu}{2}$

8024372440.